Title: Die Rechenmaschine des Ingenieurs
Author(s): Konrad Zuse
Date: 1936
Published by: Konrad Zuse Internet Archive
Source: Document - ZIA ID: 0234

Die Rechenmaschine des Ingenieurs*

Konrad Zuse

1936

I Allgemeines

Es sollen die Grundlinien für eine Rechenmaschine aufgezeichnet werden, die nicht wie die üblichen Maschinen statistischen und kaufmännischen Zwecken dienen, sondern lediglich technische Rechnungen ausführen soll. Mit Hilfe von an dieser Stelle nicht näher besprochenen Vereinfachungen ist es möglich, Rechenmaschinen für technische Zwecke so einfach zu bauen, daß eine bisher nicht versuchte Automatisierung erreicht werden kann.

Als einen Vollautomaten bezeichnet man heute eine Maschine, die die 4 Grundrechnungsarten:

- Addition,
- Subtraktion,
- Multiplikation,
- Division

nach Einstellung der Summanden, Faktoren usw. vollautomatisch ausführt.

Eine gewisse weitergehende Automatisierung besteht bei den Lochkarten-Maschinen, die imstande sind, ganze Zahlenreihen, die in Lochkartenform festgehalten sein müssen, aufzuaddieren, mit einem bestimmten Faktor zu multiplizieren oder zu sortieren. Es sind auch Maschinen vorgeschlagen worden, die mathematische Reihen z. B. von der Form

$$y = a + bx + cx^2 + dx^3 \dots$$

selbständig zu rechnen imstande sind. Ihre Anwendung ist jedoch stets beschränkt, und die Konstruktion ergibt bei den heute üblichen Methoden bereits einen Grad von Kompliziertheit, der ihre weitgehende Anwendung praktisch verhindert.

*ZuP 009/001. Version 1.

Die Anforderungen, die an die ideale Rechenmaschine des Ingenieurs gestellt werden müssen, gehen aus folgenden Überlegungen hervor:

Der Ingenieur hat viel mit festen Formeln zu arbeiten, die immer wiederkehren. Man hat gewisse Ausgangswerte und die Arbeit besteht nun darin, durch eine bestimmte, für eine Formel immer gleiche Aufeinanderfolge von Grundrechnungsarten zwischen bestimmten Zahlen das Resultat zu berechnen. Die Berechnung einer zweistelligen Determinante

$$\begin{array}{|c|c|}\hline a & b \\ \hline c & d \\ \hline\end{array}$$

besteht z. B. aus 3 Grundrechnungen:

1. $a \cdot d = e$
2. $b \cdot c = f$
3. $e - f =$ Resultat

In dieser Art läßt sich für jede beliebig lange Rechnung ein "Rechnungsplan" aufstellen, indem im voraus die aufeinanderfolgenden Rechenoperationen dem Charakter und der Reihe nach aufgezeichnet werden und die im Verlauf der Rechnung auftretenden Zahlen fortlaufend numeriert, oder nach einem anderen Schema geordnet werden, ohne sie zunächst der Größe nach zu bestimmen.

In der Anlage[1] sind solche Rechnungspläne für verschiedene Aufgaben der Technik beigefügt.

Der Ingenieur braucht Rechenmaschinen, die diese Rechenoperationen automatisch ausführen, indem der Rechenplan auf einem Lochstreifen festgehalten wird, der die Befehle für die einzelnen Rechenoperationen selbstätig und nacheinander an die Maschine gibt.

Die Maschine muß auf "Befehl" des Lochstreifens jede verlangte Grundrechnung vollautomatisch ausführen können. Ferner muß die Maschine über ein Speicherwerk verfügen, in welchem die während der Rechnung auftretenden Zahlen der Nummer nach geordnet werden können und aus denen durch ein mechanisches Wählwerk jede gewünschte Zahl abgelesen werden kann. Das Speichern und Ablesen der Zahlen wird ebenfalls durch den Befehlslochstreifen dirigiert.

Ist es möglich, Rechenmaschinen dieser Art zu bauen, so ist die Art der damit zu rechnenden Aufgaben lediglich durch die von der Maschine ausführbaren Grundrechnungsarten und der Umfang lediglich durch die Größe des Speicherwerks begrenzt.

[1]Keine Anlage vorhanden beim Original.

Was die Grundrechnungsarten betrifft, so werden “Vier-Species-Maschinen” (Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren, Dividieren) für die meisten Rechnungen genügen. Die bei der Konstruktion angewandten Prinzipien gestatten auch logarithmische Rechnungen, also Wurzelziehen, Potenzieren mit gebrochenen Exponenten, ferner Sinus, Cosinus, hyperbolische Funktionen und ähnliche Rechnungen durchzuführen.

Jedoch werden sich für normale Maschinen die hierfür erforderlichen Zusatzeinrichtungen dort erübrigen, wo die verhältnismäßig selten vorkommenden Rechnungsvorgänge dieser Art “von Hand” ausgeführt werden können.

Was den Umfang der Rechnungen anbetrifft, so ist es nicht erforderlich, daß das Speicherwerk fähig ist, sämtliche in der Rechnung vorkommenden Zahlen zu speichern. Ein großer Teil der Zahlen braucht gar nicht erst gespeichert zu werden, sondern bleibt gleich zur nächsten Operation in der Maschine, ferner werden immer wieder Zellen des Speicherwerks frei, da die Zahlen nicht die ganze Rechnung hindurch gebraucht werden.

Konstruktiv ist es möglich, die Speicherwerke sehr einfach und billig herzustellen, so daß Maschinen mit mehreren hundert Speicherzellen keine Schwierigkeiten bieten.[2]

Rechenplan einer 3-stelligen Determinante:

$$\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{array}$$

1)	$1 \cdot 5 = 10$	10)	$18 \cdot 9 = 19$
2)	$10 \cdot 9 = 11$	11)	$3 \cdot 5 = 20$
3)	$2 \cdot 6 = 12$	12)	$20 \cdot 7 = 21$
4)	$12 \cdot 7 = 13$	13)	$11 + 13 = 22$
5)	$3 \cdot 4 = 14$	14)	$22 + 15 = 23$
6)	$14 \cdot 8 = 15$	15)	$23 - 17 = 24$
7)	$1 \cdot 6 = 16$	16)	$24 - 19 = 25$
8)	$16 \cdot 8 = 17$	17)	$25 - 21 = 26 =$ Resultat
9)	$2 \cdot 4 = 18$		

Die Rechenpläne

Die einzelnen Rechenpläne können allgemeine oder spezielle Bedeutung haben. Pläne von allgemeiner Bedeutung entsprechen den heutigen Formelsammlungen und gehören zum dauernden Planbestand eines Büros, z. B. kommen hierfür in Frage

[2] Handschriftliche Anmerkung im Original: K. Zuse, 30.1.36

- Pläne für Determinanten,
- zur Auflösung von Gleichungsrastern,
- Bestimmung der Beulkriterien für Platten allgemeiner Gestalt,
- Zusammensetzung von Spannungen

$$\sigma_{\mathrm{red}} = 0{,}35\sigma + 0{,}65\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

  und dergleichen.

Pläne von spezieller Bedeutung sind die Pläne, die zur Berechnung einer Konstruktionsorder oder dergl. besonders aufgestellt werden müssen. Sie können Allgemein-Pläne als Teile enthalten, z. B. kann eine statisch unbestimmte Rechnung den Plan eines Gleichungsrasters enthalten, der dann nicht besonders aufgestellt zu werden braucht.

Bei Berechnung größerer Konstruktionen, z. B. eines ganzen Flugzeugs, wird man praktisch folgende Einteilung wählen:

1. Gesamtplan,
2. Plangruppen (Luftlasten, Motorlasten, Knotenlasten, statische Rechnung),
3. Einzelpläne

So kann z. B. der Gesamtplan die Plangruppe für die statisch unbestimmte Rechnung eines Flügelteils enthalten. An sich ist es möglich, die gesamte statisch unbestimmte Rechnung in einem Plan zusammenzufassen, das ist aber unpraktisch, da man zu Korrekturzwecken jedesmal den ganzen Plan durchrechnen müßte. Man wird die *Plangruppe "Statisch unbestimmtes Stabwerk"* in folgende *Einzelpläne* einteilen:

1. Entwicklung der Maße und Bestimmung der Stabkomponenten,
2. Berechnung der Steifigkeiten,
3. Stabkräfte am bestimmten System als Funktion der statisch Unbestimmten,
4. Aufstellung des Verschiebungsrasters,
5. Auflösung des Rasters,
6. Stabkräfte der äußeren Lasten am bestimmten System,
7. Verschiebungen infolge äußerer Lasten (hierzu und zu 4) kann der gleiche Plan verwandt werden, wenn man $\sum \varphi_1 y_2 \ell$ jedesmal über alle Stäbe bildet ohne Rücksicht darauf, daß ein Teil der Stabkräfte stets = Null ist.)
8. Berechnung der statisch Unbestimmten,

9. Endgültige Stabkräfte,
10. Kontrolle.

Die in einem Plan auftretenden Größen kann man ihrem Charakter nach einteilen in:

1. Ausgangswerte,
2. Zwischenwerte,
3. Resultatwerte,
4. Kontrollwerte,
5. Konstanten.

1. Die *Ausgangswerte* sind die Variablen der Rechnung, d.h. die Werte, die für den Rechenplan oder die Formel beliebig gewählt werden können und als deren Funktion die Resultatwerte ercheinen (Maße, Kräfte und dgl.).
2. *Zwischenwerte* sind die im Verlauf der Rechnung auftretenden Zahlen, die nicht in anderen Plänen gebraucht werden, sie bleiben in der Maschine und kommen dem Bedienenden nicht zu Gesicht.
3. Die *Resultatwerte* sind die endgültig gesuchten Werte oder die, die man in anderen Rechnungen weiter verwerten

   will.
4. Die *Kontrollwerte* sind Werte, die bei richtiger Rechnung einen bestimmten Wert haben müssen.
5. *Konstanten* sind Werte, die unabhängig von der Variation der Ausgangswerte sind, z. B. in der Formel

   $$\sigma_{\text{red}} = 0{,}35\sigma + 0{,}65\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

   die Werte 0,35, 0,65, 4 und 1/2 (als Exponent).

Bei einer Plangruppe können wir von Ausgangs-, Zwischen- und Resultatwerten der ganzen Gruppe und der Einzelpläne sprechen. Die Resultatwerte des einen Einzelplans sind Ausgangswerte des anderen und Zwischenwerte der ganzen Gruppe.

Bei der Aufstellung des Gesamtplans, also der Einteilung in Plangruppen und Einzelpläne ist es nötig, scharfe Diziplin in den Ausgangs- und Resultatwerten zu halten. Sie sind die Fäden, die die einzelnen Pläne miteinander verbinden. Ein bestimmter Einzelplan kann seine Ausgangswerte von verschiedenen anderen Plänen beziehen und seine Resultatwerte wieder an verschiedene andere Pläne weitergeben. Ausgangs- und Resultatwerte der Einzelpläne zerfallen also wieder in Gruppen (z. B. Maße, Anschlußkräfte).

Es ist darauf zu achten, daß in den einzelnen Wertgruppen die Werte stets in der gleichen Reihenfolge erscheinen. Eine Gruppe von Kräften, die in verschiedenen Plänen auftreten, muß in allen Plänen nach dem gleichen Schema geordnet sein, um ein Umordnen zu vermeiden. Die Beziehungen der Pläne untereinander müssen wie elektrische Stecker aneinander passen.

II Möglichkeiten der Maschine

Durch die Maschine wird dem Ingenieur die mechanische Rechenarbeit nicht nur abgenommen, sondern ihr Umfang kann enorm gesteigert werden. Man kann die Möglichkeiten der Maschine wie folgt abstufen:

1. Rationalisierung der Rechnungen ohne im wesentlichen von dem bisherigen Rechenverfahren abzuweichen.
2. Entwicklung neuer Methoden zur Lösung technischer Probleme.
3. Erschließung von Gebieten, die bisher der Rechnung nicht zugänglich waren.

Zunächst seien die Leistungen der Maschine entsprechend *Ziffer 1* besprochen.

Rationalisierung der Rechnungen

Greifen wir aus dem Gebiet der Statik die Berechnung von statisch unbestimmten Stabwerken heraus. Die Ausgangswerte kann man in 3 Gruppen einteilen:

1. Maße,
2. Querschnitte (Steifigkeiten),
3. Belastungen.

Die Resultatwerte bestehen aus folgenden Gruppen:

1. Stabkräfte,
2. Spannungen,
3. Formänderungen (Verschiebungen, Durchbiegungen),
4. Knicksicherheiten und dergl.

Für jede Art von Stabwerk (bestimmte Anordnung der Stäbe untereinander) läßt sich ein Rechnungsplan aufstellen, bei dem die genannten Resultatwerte Funktionen der Ausgangswerte sind. Der einmal aufgestellte Rechenplan gilt für sämtliche Maß-, Dimensionierungs- und Belastungsvariationen.

Es ist also möglich,

a) das System in beliebiger Maßabwandlung durchzurechnen,

b) die Querschnitte der Stäbe entsprechend den Kräften zu korrigieren,

c) beliebige Lastfälle zu rechnen,

d) Fehler in den Ausgangswerten mit Leichtigkeit zu korrigieren.

Zu a): Es ist z. B. im Flugzeugbau eine alltägliche Erscheinung, daß dieselbe Rechnung 3 bis 4 mal durchgeführt werden muß, weil sich die Maße bei einem in der Entwicklung befindlichen Maschinentyp laufend ändern. Mit der Maschine ist es möglich, die Abwandlung der Maße bewußt zu fördern, um durch systematisches Variieren der Form die Konstruktion zweckmäßig durchzubilden.

Zu b): Bei statisch unbestimmten Rechnungen werden die Querschnitte vor der Rechnung geschätzt. Sind die Kräfte errechnet, so werden die Stäbe danach dimensioniert. Sind die Differenzen mit den geschätzten Werten klein, so wird eine zweite Rechnung unterlassen, ist sie groß, so muß die Rechnung wiederholt werden. Beim Arbeiten mit der Rechenmaschine bietet eine mehrmalige Wielderholung der Rechnung keine Schwierigkeiten, es kann also beliebig scharf herandimensioniert werden.

Zu c): Um nicht alle Lastfälle rechnen zu müssen, ist es z. B. im Flugzeugbau üblich, durch Überlegungen die maßgebenden Lastfälle im voraus zu bestimmen und nur für sie die Kräfte zu berechnen. Das erfordert gutgeschulte Kräfte und ziemliche Gehirnakrobatik, und auch dann können leicht Fehler vorkommen, da ein ausgelassener Lastfall dorch irgendwo maßgebend wird.

Zu d): Da Irren nun einmal menschlich ist, kommt es häufig vor, daß Fehler zu spät entdeckt werden, die sich dann durch die ganze Rechnung ziehen. Man muß entweder den Fehler in Kauf nehmen oder die Rechnung neu aufziehen oder Nachträge machen. Auch das bietet beim Maschinenrechnen kein Problem mehr, da reine Rechenfehler durch die Maschine ausgeschlossen sind und Fehler anderer Art leicht korrigiert werden können.

Die Überlegungen für das angeführte Beispiel gelten allgemein. Man kann die Rechnung vollständiger halten und breiter ausbauen, auch mehr variieren. Folgte bisher jeder Rechnung ein Stoß von Nachträgen, um die dauernden Änderungen zu berücksichtigen, so ist es jetzt möglich, die Rechnung stets “frisch” zu erhalten, d.h. sie dauernd dem neuesten Stande der Konstruktion anzupassen.

Ein anderes Beispiel aus dem Gebiet der Statik ist die Dimensionierung von Querschnitten. Es lassen sich für jede Art von Querschnitt z. B. Doppel-T-Querschnitte des Stahlbaus, die aus Stegen, Winkeln und Platten zusammengesetzt sind, oder Eisenbeton-Querschnitte ein für allemal gültige Formeln aufstellen, und es ist ein Leichtes, durch systematisches Probieren den besten Querschnitt herauszusuchen. Für den Stahlbau, der fast nur mit genormten Profilen arbeitet, besteht die Möglichkeit, in die Maschinen mechanisch ablesbare Zahlentabellen einzubauen, in denen die statischen Werte der verwendeten Profile festgehalten sind.

Setzt man nun einen Verbundquerschnitt aus Normalprofilen zusammen, so genügt die Angabe der Lage des Einzelprofils, um die statischen Werte für den Verbundquerschnitt sofort zu finden. Da im Stahlbau ein großer Teil der Rechenarbeit darin besteht, wirtschaftlich zu dimensionieren, gibt die Maschine die Möglichkeit, schnell den besten Querschnitt zu finden, wozu bisher gut eingearbeitete Kräfte notwendig waren.

Dasselbe gilt für den Eisenbetonbau. Die Art der zu berechnenden Querschnitte kann wesentlich erweitert werden. Aufgrund der Eigentümlichkeiten des Eisenbetons ist es bis jetzt nur möglich, verhältnismäßig einfache Querschnitte zu berechnen. Die Berechnung eines doppelt bewehrten Rechteckquerschnitts, der auf Normalkraft und Biegung beansprucht ist, erfordert bereits einen ziemlichen Aufwand, wenn auch die Art der Berechnung nach "Mörsch" gut durchdacht ist. Mit der Maschine kann man erheblich schwierigere Aufgaben lösen, wie z. B. vollständige unregelmäßige Querschnitte auf Biegung in zwei Achsen zu berechnen.

Ein weiteres Beispiel aus der Fülle der Probleme ist die Auswertung von Einflußlinien. Hat man die Ordinaten der Einflußlinie auf einem Lochstreifen festgehalten, so ist es möglich, mit der Maschine die gesuchte statische Größe für jede Stellung des Lastenzugs zu ermitteln und somit auch die Maximal- und Minimalwerte. Hierzu müssen ein für allemal gültige Lochstreifen für die verwendeten Lastenzüge aufgestellt werden. Auch das Heraussuchen der Höchstwerte läßt sich mit der Maschine vornehmen (maschineller Größenvergleich).

Anwendungsmöglichkeiten auf Gebieten außerhalb der Statik seien nur gestreift.

Bei der Feldvermessung genügt es, die am Theodoliten abgelesenen Werte in Lochstreifenform festzuhalten, die Maschine stellt danach automatisch den Schichtlinienplan des Geländes auf. Daran können sich weitere Arbeiten anschließen, wie z. B. die Trassierung einer Straße oder Eisenbahnlinie. Die Trasse wird mit ihren Krümmungsradien, Steigungen und Querschnitten auf einem Lochstreifen aufgezeichnet; es lassen sich geeignete Rechenpläne aufstellen, um im Verein mit den Werten des Geländes sofort das Längsprofil, den Erdmassenplan usw. zu errechnen. Es ist also schnell und besser als bisher möglich, die beste Trasse herauszusuchen, was große wirtschaftliche Vorteile bedeuten kann. Außerdem läßt sich ein genaueres Resultat erzielen, da die ganze Rechnung feiner aufgebaut werden kann.

Ein Gebiet, das an die "Statik" grenzt, ist die Berechnung von angefachten Schwingungen, z. B. bei Flugzeugen. Dieses Gebiet müßte geradezu ein Paradies für die Maschine sein, da hier nur mit umfangreichen Tabellenrechnungen durchzukommen ist.

Die Entwicklung neuer Methoden zur Lösung technischer Probleme

Ist der Ingenieur erst auf die Maschine eingearbeitet, so kann er seine ganze Arbeitstaktik darauf einstellen. So wie die Lochkartenmaschinen neue Wege der Statistik zeigten, so ist auch der Ingenieur nicht mehr an die bisherigen Möglichkeiten gebunden. Wir stoßen bei technischen Rechnungen immer auf einen Punkt, wo die Rechnung abgebrochen werden muß, weil der Weg zur tieferen Erkenntnis durch zu komplizierte Rechnungen versperrt wird.

Es ist allen Beteiligten bekannt, daß unser Wissen über viele technische Probleme beschränkt ist. Aus der Fülle der notwendigen Berechnungen und Berechnungsmöglichkeiten greifen wir nur diejenigen heraus, die einfach zu rechnen sind. Rechnet man in der Statik mit M/W und P/F, so nur, weil das am einfachsten ist. Man weiß sehr wohl, daß für manche Materialien das Potenzgesetz dem Geradliniengesetz der Spannungsverteilung vorzuziehen ist.

Obwohl dem Ingenieur eine Menge ausgezeichneter theoretischer Arbeiten über die verschiedensten Gebiete zur Verfügung steht, liegt der größte Teil dieser wertvollen Geistesarbeit brach. *Praktische Anwendung finden nicht die richtigsten, sondern die einfachsten Theorien.*

Wollte der Ingenieur die Richtigkeit seiner Rechnungen nur um einen Schritt der Wirklichkeit näherbringen, so stünden ihm die Theorien hierfür vielleicht zur Verfügung, aber der Umfang der Rechenarbeit würde sich ernorm steigern.

Hier beginnt die eigentliche Aufgabe der Maschine. Der Umfang der Zahlenrechnung spielt kaum eine Rolle. Die Arbeit des Theoretikers bekommt bleibenden Wert. Ist zum Beispiel die aerodynamische Berechnung eines Flügelprofils bestimmten Typs einmal in Lochstreifenform festgehalten, so ist die Gedankenarbeit des Theoretikers gewissermaßen konserviert.

Geht der praktische Ingenieur an die Berechnung nach dieser Formel heran, so braucht er sich nicht in die Gedankengänge des Theoretikers zu versenken. Er bezieht die Formel gewissermaßen fertig ab Fabrik. So wie der Benutzer eines Elektromotors nicht zu wissen braucht, wie die Wicklungen im Anker liegen, braucht der Benutzer der Formel die Art der Berechnung nicht zu kennen. Er muß sie "bedienen" können, d.h. ihr die richtigen Ausgangswerte zuführen und die Resultate richtig verwerten können. Der Theoretiker kann also die Berechnung beliebig kompliziert gestalten und sein Spezialwissen auf dem Gebiet voll einsetzen. Die Formel braucht nur nach außen "narrensicher" zu sein, innerlich ist sie wie durch einen Panzer geschützt. Damit ist der Weg zur Verfeinerung frei.

Der Flugzeugbau befindet sich heute bereits in einem Stadium wo das Heranarbeiten an die letzten Vervollkommnungen zur Tagesforderung gehört. Z. B. kann der Statiker das Gewicht herabsetzen. Dazu gehören Versuche und Erweiterung der Rechnung.

Erstreben die Amerikaner die Vervollkommnung durch umfangreiche Versuche, so wäre die den deutschen Verhältnissen angepaßte Methode die Erweiterung der Rechnung. Drüben Geld und Material, hier Theorie und Rechnung. Es bleibt uns nichts anderes übrig, als die fehlenden günstigen Verhältnisse durch Gehirn zu ersetzen.

Als ein praktisches Beispiel sei die Berechnung statisch unbestimmter Systeme im plastischen Bereich besprochen. Das Problem spielt im Flugzeugbau eine Rolle, da hier die Sicherheiten des Bruchzustandes verlangt sind.

Die exakte Elastizitätstheorie gilt bekanntlich für ein Material, dessen Elastizitätsmodul E sich mit der Spannung nicht ändert. Es ist versucht worden, Rechnungen im plastischen Bereich durchzuführen, indem man den "ideal plastischen" Körper einführt, dessen Elastizitätsmodul von der Streckgrenze $ab = v$ gesetzt wird. Beim Rechnen mit der Maschine hat man die Möglichkeit, die ein für allemal gültige Einheitsrechnung mit verschiedenen Steifigkeiten der Konstruktionsteile durchzurechnen. Die sich mit der Spannung ändernden Steifigkeiten lassen sich wie folgt berücksichtigen:

Die Last wird stufenweise erhöht. Für jede Stufe werden die Steifigkeiten entsprechend den bei dieser Laststufe vorhandenen Spannungen korrigiert und danach der infolge der nächsten Laststufe sich ergebende Kraftzuwachs durch eine neue Rechnung bestimmt. Hierzu ist es nur nötig, das elastische Verhalten der einzelnen Teile als Funktion der Belastung zu kennen. Das übrige erledigt die Maschine.

Dem Flugzeugstatiker ist schon lange klar, daß streng genommen 2 getrennte Rechnungen für den elastischen und den plastischen Bereich (sichere Last und Bruchzustand) durchgeführt werden müßten. Mit der Maschine kann man nicht nur dieser Forderung entsprechen, sondern auch Systeme und Lastfälle untersuchen, bei denen sich einige Stellen im plastischen andere aber noch im elastischen Bereich befinden. Das ist wichtig, denn praktisch ist beim Bruch nie das ganze System plastisch, da immer einige Teile aus anderen Lastfällen maßgebend sind und somit für den untersuchten Lastfall überdimensioniert sind und steif bleiben.

Zuletzt sei noch auf Ziffer 3) (vgl. Seite 6) eingegangen.

Erschließung von Gebieten, die bisher der Rechnung nicht zugänglich waren.

Es gibt in der Technik eine ganze Reihe von Gebieten, z. B. den Motorenbau, wo nur mit umfangreichen kostspieligen Versuchen und jahrelanger Experimentierarbeit etwas zu erreichen ist, während die Rechnung eine sehr kümmerliche Rolle spielt. Auch hier wird die Maschine neue Situationen schaffen. Man denke nur an die völlige Ratlosigkeit der Ingenieure bei Elektrongußstücken. Vielleicht läßt sich durch rechnerische Erfassung des Abkühlungsvorganges das Problem angreifen.

Ebenso wie man vor ein paar Jahren noch nicht daran dachte, Flügelschwingungen zu berechnen, liegen zahlreiche Probleme unerschlossen vor uns, bei deren langsamer und zäher Lösung die Maschine unersetzliche Dienste leisten kann.

III Das Zahlensystem

Die hier vorgeschlagene Maschine würde bei der Anwendung der bisherigen Methoden so kompliziert werden, daß ihre Anlage zu teuer käme. Das ist wohl der Grund, weshalb man bisher keine solchen Versuche unternommen hat.

Es ist bisher für selbstverständlich gehalten worden, daß Rechenmaschinen nach dem Dezimalsystem arbeiten müssen. Das Dezimalsystem hat sich derart tief in unserem Denken festgesetzt, daß wir geneigt sind, es für "das" Zahlensystem überhaupt zu halten.

Hat man Maschinen, die lange technische Rechnungen automatisch ausführen, bei denen der Bedienende die einzelnen Zahlen der Zwischenrechnung gar nicht zu Gesicht bekommt, so ist die Art des benutzten Zahlensystems gleichgültig. Ist das Dezimalsystem unpraktisch, so kann man ein geeigneteres wählen, vorausgesetzt, daß es keine Schwierigkeiten macht, die Anfangs- und Endwerte der Rechnung ins Dezimalsystem zu übersetzen.

Wir brauchen also das für die Maschine am besten geeignete Zahlensystem.

Beim Dezimalsystem ergibt sich der Wert einer Zahl aus einer Summe von Potenzen von 10:

$$\begin{array}{rcrcr} 534{,}43 & = & 5 \cdot 10^2 & = & 500{,}00 \\ & & +3 \cdot 10^1 & & +30{,}00 \\ & & +4 \cdot 10^0 & & +\ \ 4{,}00 \\ & & +4 \cdot 10^{-1} & & +\ \ 0{,}40 \\ & & +3 \cdot 10^{-2} & & +\ \ 0{,}03 \\ \cline{5-5} & & & & 534{,}43 \end{array}$$

Dieses Verfahren läßt sich auf jede andere Grundzahl anwenden. Leonardo da Vinci benutzte z. B. das Duodezimalsystem mit der Grundzahl 12. Daß dieses

System praktischer ist, haben die Mathematiker längst erkannt. Es sind auch Systeme mit der Basis 8 oder 16 vorgeschlagen worden. Der Vorteil des 12er-Systems besteht in einer leichten Teilbarkeit durch 2, 3, 4, 6, wohingegen sich Zahlen der Systeme mit der Basis 8 oder 16 fortlaufend leicht durch 2 teilen lassen.

Von diesen Vorstellungen muß man sich aber ganz freimachen, wenn man das für die Maschine beste Zahlensystem finden will. Für die Maschine kommt es nicht darauf an, Rechnungen "im Kopf" ausführen zu können oder Zahlen "leicht überblicken" zu können. Was das maschinelle Rechnen vom menschlichen Rechnen unterscheidet, ist, daß die Maschine gleichzeitig eine große Zahl von Einzeloperationen parallel ausführen kann.

Vergleicht man z. B. die Systeme der Basis 8 und 16, so gilt folgendes:

- Das 8er-System braucht die Ziffern 0–7
- Das 16er-System braucht die Ziffern 0–15

Das System mit der höheren Basis hat höhere Ziffern, aber eine kleinere Stellenzahl, um dieselbe Genauigkeit zu erreichen, z. B. ergeben sich für die Zahl 1024 folgende Schreibweisen:

- Dez.-System: 1024
- 8er-System: $2000 = 2 \cdot 8^3 = 2 \cdot 512 = 1024$
- 16er-System: $400 = 4 \cdot 16^2 = 4 \cdot 256 = 1024$

Für das Auge ist das System mit der kleineren Stellenzahl übersichtlicher.

Die Höhe der Ziffern hat eine große Bedeutung bei der Multiplikation, da hier immer die Einzelprodukte der Ziffern gebildet werden müssen.

$$\begin{aligned} 28 \cdot 37 (\text{Dez.System}) &= 20 \cdot 30 + 8 \cdot 30 + 20 \cdot 7 + 8 \cdot 7 \\ &= 2 \cdot 3 \cdot 100 + 8 \cdot 3 \cdot 10 + 2 \cdot 7 \cdot 10 + 8 \cdot 7 \end{aligned}$$

Die Zahl der möglichen Ziffernprodukte ist beim

- Dez.-System: $9 \cdot 9 = 81$
- 8er-System: $7 \cdot 7 = 49$
- 16er-System: $15 \cdot 15 = 225$

Beim System mit der kleineren Basis sind also zwar aufgrund der höheren Stellenzahl mehr Einzelmultiplikationen auszuführen, dafür sind diese aber in sich einfacher, da die Ziffernwerte kleiner sind. Das ist für die Maschine wesentlich, denn diese ist im Gegensatz zum Menschen besser imstande, viele einfache Operationen auszuführen als wenig komplizierte.

Das System mit der kleinstmöglichen Basis ist für die Maschine am besten geeignet. Die kleinstmögliche ganzzahlige Basis ist 2.

Für das 2er-System gibt es nur die Ziffern 0 und 1. Die Zahl 1024 (Dez.-System) wird geschrieben: $100\ 0000\ 0000 = 2^{10}$ (vgl. Seite 12)

Was für das Auge kompliziert ist, ist für die Maschine einfach. Da es nur die Ziffern 0 und 1 gibt, sind fast sämtliche Maschinenteile einfacher. Man braucht keine Ziffernräder mit den Ziffern 0–9, sondern hierfür genügen die einfachsten Maschinenelemente, die nur 2 Stellungen zulassen (Hebel). Bei elektrischen Maschinen braucht man an vielen Stellen nicht 10, sondern nur einen Magneten.

Bei der *Addition* kann die Höhe der Einzelsummen im Höchstfalle $1 + 1 = 2$ betragen, im Gegensatz zum Dez.-System, wo die Höhe $9 + 9 = 18$ erreicht wird. Die Übertragung auf die höhere Stelle (im Dez.-System als Zehnerübertragung bezeichnet) ist zwar öfter erforderlich, bietet jedoch keine konstruktiven Schwierigkeiten.

Bei der *Multiplikation* können die Ziffern nur die Teilprodukte

$$\begin{aligned} 0 \cdot 0 &= 0 \\ 0 \cdot 1 &= 0 \\ 1 \cdot 0 &= 0 \\ 1 \cdot 1 &= 1 \end{aligned}$$

also 0 und 1 ergeben, im Gegensatz zu 81 Möglichkeiten beim Dez.-System (vgl. Seite 12). Das Problem "Wiederholte Addition" oder "Einmaleinskörper", welches bei Dez.-Maschinen immer wieder auftaucht, besteht hier also nicht.

Bei der maschinellen Festhaltung oder Schreibweise der Zahlen wirkt es sich ebenfalls günstig aus, daß es nur 2 Möglichkeiten für jede Ziffer gibt. Beim Darstellen in Lochkartenform braucht man beim Dez.-System für jede Stelle 10 Felder, beim 2er-System nur eins. Das ergibt eine Platzersparnis, die auch durch die höhere Stellenzahl des 2er-Systems nicht rückgängig gemacht wird. Um eine sechsstellige Zahl im Dez.-System darzustellen, braucht man $6 \cdot 10 = 60$ Felder. Im 2er-System benötigt man 16 bis 20 Stellen, für jede Stelle aber nur 1 Feld, also weniger als 1/3 der Felderzahl.

Das wirkt sich nicht nur in Papierersparnis aus, sondern noch mehr in der Konstruktion der bei dieser Maschine sehr wichtigen Speicherwerke, welche aus wesentlich einfacheren Elementen hergestellt werden können als bisher (keine Ziffernräder mit Zahnrädern usw.). Erst so werden Massenspeicherwerke möglich.

Die Ausführung von *logarithmischen Rechnungen*, die auf der *ziffernmäßigen* Um-rechnung der Zahlen in Logarithmen beruht, ist bisher bei Rechenmaschinen wohl kaum ins Auge gefaßt worden. Zum Potenzieren mit gebrochenen Exponenten und Wurzelziehen wird die logarithmische Rechnung unbedingt gebraucht.

Das 2er-System ermöglicht auch hier die Lösung der Aufgabe. Man braucht nämlich nur die Logarithmen von 1 bis 2 anstatt von 1 bis 10, selbstverständlich in Bezug auf die Basis 2. Der Umfang der mechanischen Logarithmentafeln ist also zehnmal so klein wie beim Dez.-System. Ferner erfordert die maschinelle Schreibweise auch hier nur etwa 1/3 des Platzes (vgl. Seite 13), so daß der Gesamtumfang demnach etwa 1/30 des Dez.-Systems beträgt. Hierzu kommen weitere Vereinfachungen, die später besprochen werden.

Ist die Vorrichtung zum Bilden von Logarithmen einmal vorhanden, so kann man sie auch zum Multiplizieren und Dividieren benutzen. Es lassen sich also Produkte mit vielen Faktoren fast ebenso schnell bilden wie die Summe einer Zahlenreihe. Die Berechnung einer achtstelligen Determinante mit etwas 171000 Rechenoperationen, an deren praktische Durchführung bisher gar nicht zu denken war, läßt sich von gut durchkonstruierten Maschinen in einigen Stunden ausführen.

Die Genauigkeit

Man spricht bei Rechenmaschinen beispielsweise von sechsstelliger Genauigkeit. Man unterscheidet zwischen der Stellenzahl der Ausgangszahlen und des Resultats. Werden zwei sechsstellige Zahlen miteinander multipliziert, so hat das Resultat im Höchstfalle 12 Stellen. Auch wenn man die Summe einer Anzahl sechsstelliger Zahlen bildet, hat das Resultat meist mehr als sechs Stellen. Aus diesem Grunde gibt man dem Resultatwerk eine höhere Stellenzahl.

Es besteht hier ein Unterschied zwischen technischen und kaufmännischen Größen. Bei einem Geldbetrag z. B. 743,54 RM sind die Ziffern von der dritten Stelle hinter dem Komma an tatsächlich = 0. Bei einer technischen Größe z. B. 743,54 mm Quecksilbersäule sind die weiteren Stellen nicht = 0, sondern unbekannt. Man könnte eine neue Ziffer mit der Bedeutung "unbekannt" einführen, was jedoch wenig Wert hätte. Benutzt man zur Darstellung einer Wertskala z. B. von Längen eine vierstellige Dezimalzahl, so ist man in der Lage, den Wert mit 1/2 per 1000 bis 1/2 per 10000 anzugeben.

Haben wir $\ell = 1000\,\mathrm{m}$, so ist die nächstgrößere vierstellige Zahl

$$\begin{aligned} \Delta\ell + \ell &= 1001 \\ \Delta\ell &= 1 \\ \Delta\ell/\ell &= 1/1000 \end{aligned}$$

Eine Länge, die zwischen 1000 und 1001 liegt, kann man ungünstigenfalls (1000,5) mit einer Genauigkeit von 1/2 per 1000 angeben. Haben wir dagegen eine Länge zwischen 9998 und 9999 oder 9,998 und 9,999, so ist die Genauigkeit ungünstigenfalls 1/2 per 10000, also 10 mal so groß.

Man kann diese Art der Genauigkeit als logarithmische im Gegensatz zur numerischen Genauigkeit bezeichnen. Die numerische Genauigkeit gibt den Fehler seiner absoluten Größenordnung nach an (so und so viel Stellen hinter dem Komma), die logarithmische Genauigkeit gibt das Verhältnis zum Wert der Zahl, unabhängig von der Lage des Kommas an, es muß also der Logarithmus der Zahl eine bestimmte Stellenzahl hinter dem Komma erreichen. Ein Rechengerät, das mit logarithmischer Genauigkeit arbeitet, ist z. B. der Rechenschieber.

Bei kaufmännischen Größen handelt es sich meistens um Geldbeträge, die bis auf Pfennige genau sein müssen, also um numerische Genauigkeit. Die technischen Größen müssen dagegen fast durchweg mit einer gewissen logarithmischen Genauigkeit bekannt sein.

Es hat für technische Rechnungen keinen Sinn, dem Resultat eine höhere Stellenzahl zu geben, wenn das Produkt zweier vierstelliger Zahlen auch scheinbar sieben- bis achtstellig ist. Die logarithmische Genauigkeit kann nicht größer werden. Abgesehen davon, daß es technisch unmöglich wäre, bei langen Rechnungen mit vielen Zwischenresultaten die nötige Stellenzahl einzubauen.

Wir sahen, daß beim Dez.-System die kleinste Genauigkeit gleich 1/10 der größten ist, je nachdem, ob die erste Ziffer 1 oder 9 ist. Es ist leicht einzusehen, daß sie beim 2er-System gleich 1/2 der größten ist. Die Genauigkeit schwankt also weit weniger. Das 2er-System zeigt auch hier seine Überlegenheit.

Mit 3 Dezimalstellen lassen sich die Zahlen 1 bis 999 darstellen, mit neun 2er-Stellen die Zahlen von 1 bis 1023. Die ungünstigste Genauigkeit beim

- Dez.-System ist $1/(2 \cdot 100)$
- 2er-System ist $1/(2 \cdot 512)$

Obwohl der Umfang der darzustellenden Zahlen etwa gleich ist, ist die ungünstigste Genauigkeit des 2er-Systems etwa 5 mal so groß.

Schreibweise der Zahlen

In nachfolgender Tabelle sind einige Zahlen aus dem Dezimalsystems ins 2er-System übersetzt, sofern man die "Kommaschreibweise" des Dezimalsystems übernimmt. Um Verwechslungen zu vermeiden, sei zunächst eine neue Schreibweise für die Ziffer 1 eingeführt, falls sie dem 2er-System angehört, und zwar: L.

Bei den bisherigen Maschinen ist stets mit Zahlen gearbeitet worden, die in Bezug auf das Komma ausgerichtet sind. So können die Lochkartenmaschinen z. B. nur

Zahlenreihen addieren, bei denen das Komma immer an derselben Stelle steht. Das Verfahren ist dort möglich, wo es sich um Größen gleichen Charakters handelt, wie z. B. Geldbeträge, wo das Komma immer vor der 2. Stelle von hinten steht.

Bei technischen Rechnungen handelt es sich jedoch um ständig wechselnde Rechenoperationen zwischen Größen verschiedenster Dimensionen und Kommastellungen. Man denke nur an Größen wie Wärmeausdehnungszahl $\varepsilon = 0,000012$ und Elastizitätsmodul $E = 2100000$, die in einer einzigen Formel vorkommen können. Es können sehr oft Größen auftreten, die in die Billionen gehen oder ihre Reziprokwerte.

Es ist sinnlos, den gesamten Stellenbereich für jede Zahl zu schreiben, wenn die meisten Stellen Null oder unbekannt sind. Es tritt hier das für Rechenmaschinen neue Problem der Kommadarstellung auf. Eine Möglichkeit, die der geforderten logarithmischen Genauigkeit entsprechen würde, besteht darin, die Logarithmen zu schreiben. Das erfordert jedoch Logarithmier-Vorrichtungen, die nicht in jeder Maschine eingebaut werden sollen, und die Bildung des Numerus zwecks Addition, wobei das Komma-Problem wieder auftauchen würde.

Die Vorteile der logarithmischen und der "Komma"-Schreibweise verbindet die *halblogarithmische Schreibweise*. Die Zahl y wird in der Form (α, β) geschrieben. y ergibt sich aus der Formel

$$y = B^{\alpha} \cdot \beta,$$

wobei B die Basis des Zahlensystems ist und β einen Wert zwischen 1 und der Basis hat. α ist also der *ganzzahlige* Logarithmus der Zahl und β ein numerischer Faktor.

Im Dezimalsystem würde sich folgende Schreibweise ergeben:

$$\begin{array}{rcccccl} & & \alpha & & \beta & & \\ 1{,}073 & = & \boxed{0} & & \boxed{1{,}073} & = & 10^0 \cdot 1{,}073 \\ 10{,}73 & = & \boxed{1} & & \boxed{1{,}073} & = & 10^1 \cdot 1{,}073 \\ 1073000 & = & \boxed{6} & & \boxed{1{,}073} & = & 10^6 \cdot 1{,}073 \end{array}$$

Für das Zweier-System würde also $y = (\alpha, \beta)$ bedeuten $y = 2^{\alpha} \cdot \beta$, wobei β zwischen 1 und 2 liegt. α ist ganzzahlig.

Es läßt sich eine weitere Vereinfachung treffen, indem man die Zahl in der Form schreibt: $y = (\alpha, \beta')$ wobei

$$y = B^{\alpha} \cdot (1 + \beta')$$

Da bei dem Faktor β die erste Ziffer ja doch immer $= 1$ ist, braucht sie nicht geschrieben zu werden. Es bedeutet also

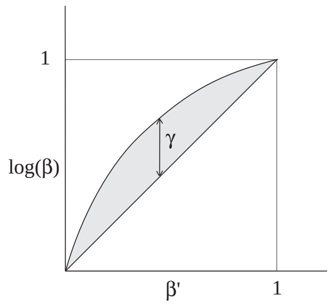
$$\begin{aligned}
(\mathtt{LLOL},\mathtt{OLLOL}) &= 2^{\mathtt{LLOL}} \cdot \mathtt{L},\mathtt{OLLOL} \\
&= 2^{8+4+1} \cdot (1{,}00000 + 0{,}25000 + 0{,}12500 + 0{,}03125) \\
&= 2^{13} \cdot 1{,}40625 \\
&= 8192 \cdot 1{,}40625 \\
&= 11520
\end{aligned}$$

Dazu kommen zwei Vorzeichen. Sowohl der Logarithmus als auch der Faktor β können positiv und negativ sein. Ist das Vorzeichen des Logarithmus positiv, so ist die Zahl, absolut genommen, größer als 1, ist es negativ, kleiner als 1.

Die Darstellung der Zahl 0 ist an sich nach diesem System nicht möglich, da der Logarithmus $= -\infty$ wäre. Die Schwierigkeit ist jedoch leicht zu umgehen, indem man entweder bei der Darstellung in Lochkartenform ein Feld für 0 reserviert oder die Maschine so baut, daß die Zahl mit dem kleinsten darstellbaren Logarithmus als 0 wirkt.

Die Bildung des Logarithmus

Nach Seite 16 bedeutet α den ganzzahligen Logarithmus der Zahl y. Die Stellen des Logarithmus vor dem Komma sind also bereits bekannt. Trägt man den Wert der Stellen des Logarithmus hinter dem Komma als Funktion von β' auf (vergl. Seite), so erhält man das nachstehende Bild:



Um den Logarithmus zu bilden, genügt es, den Wert $\gamma = f(\beta')$ tabellarisch festzuhalten. Der Logarithmus ist dann:

$$\mathcal{L} = \alpha + \beta' + \gamma$$

Die Addition zweier Zahlen, deren Logarithmus gegeben ist, läßt sich wie folgt durchführen:

- Gegeben: $\log u$ und $\log v$

- Gesucht: $\log(u+v) = \log y$

$$y = u + v = u(1 + v/u) = u \cdot \lambda$$

Der Faktor $\lambda = (1 + v/u)$ ist eine Funktion des Verhältnisses v/u.

$$\begin{aligned}
\log v/u &= \log v - \log u = \Delta \log \\
\log(1 + v/u) &= f(\log v - \log u) \\
\log \lambda &= f(\Delta \log) \\
\log y &= \log u + \log \lambda
\end{aligned}$$

Die Funktion $\log \lambda = f(\Delta \log)$ muß mit mechanischen Tabellen gebildet werden. Das Verfahren gibt die Möglichkeit, nur mit Logarithmen zu arbeiten. Allerdings müssen zwecks Übersetzung der Zahlen ins Dezimalsystem und umgekehrt die Logarithmier-Vorrichtungen doch eingebaut werden.

Die Übersetzung der Zahlen vom Dezimalsystems ins Zweiersystem und umgekehrt

Die Übersetzung von Dezimalzahlen ins Zweiersystem erfolgt am besten dadurch, daß die einzelnen Ziffern ihrem Stellenwert entsprechend einzeln übersetzt und dann im Zweiersystem addiert werden.

$$\begin{aligned}
45{,}25 &= 40 + 5 + 0{,}2 + 0{,}05 \\
&= \mathsf{L0L000{,}0} \\
&\quad + \mathsf{L0L{,}0} \\
&\quad + \mathsf{0{,}00LL00LL00LL\ldots} \\
&\quad + \mathsf{0{,}0000LL00LL00LL\ldots} \\
&\quad \overline{\mathsf{L0LL0L{,}00LLLLLLLLLLL\ldots}} \\
&= \mathsf{L0LL0L{,}0L}
\end{aligned}$$

Die Zurückübersetzung aus dem Zweiersystem erfolgt entsprechend.

$$\begin{array}{rcrcr}
\mathsf{L0LL0L{,}0L} & = & \mathsf{L00000{,}00} & = & 32{,}00 \\
 & & + \ \mathsf{L000{,}00} & & +8{,}00 \\
 & & + \ \mathsf{L00{,}00} & & +4{,}00 \\
 & & + \ \mathsf{L{,}00} & & +1{,}00 \\
 & & + \ \mathsf{0{,}0L} & & +0{,}25 \\
\hline
 & & \mathsf{L0LL0L{,}0L} & & 45{,}25
\end{array}$$

IV Die Aufstellung der Rechenpläne

Die Aufstellung der Rechenpläne erfolgt am besten an Hand der beiliegenden Formblätter. Auf der linken Seite wird der Gang der Rechnung in üblicher Weise aufgesetzt. Rechts zwischen den stark ausgezogenen Linien steht der eigentliche Rechenplan; daneben befindet sich noch eine Spalte, in der die Bedeutung der jeweiligen Werte des Rechenplans notiert werden kann. Dem Rechenplan muß eine Aufzählung der Ausgangs- und Resultatwerte vorausgehen, die eindeutig definiert und u. U. in Gruppen eingeteilt sein müssen.

Der Rechenplan besteht in der Aufführung der aufeinanderfolgenden Rechenoperationen. Die Elementar-Operationen sind: Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division und Quadratwurzelziehen. Die Berechnung von Potenzen, Logarithmen, Kreis- und Hyperbel-Funktionen usw. muß bei der zunächst geplanten Ausführungsform der Maschine mit Hilfe von Potenzreihen erfolgen.

Die auftretenden Größen werden numeriert; man muß sich also erst daran gewöhnen, Gleichungen wie

$$15 + 1 = 2$$

nicht wertgemäß zu verstehen.

Die Numerierung kann fortlaufend sein. Um aber möglichst wenig Speicherzellen zu beanspruchen, kann man vorhergehende Nummern wieder verwenden, da viele Werte im Laufe der Rechnung nur vorübergehend gebraucht werden und ihre Speicherzellen zur Verfügung stehen. Sobald also ein Wert nicht weiter gebraucht wird, kann seine Nummer für einen anderen Wert benutzt werden. Bei Speicherung der neuen Zahl wird in der Speicherzelle die alte selbstätig gelöscht. Für das Arbeiten der Maschine ist die Reihenfolge der Numerierung vollständig gleichgültig: man kann beispielsweise ebenso mit Nr. 80 anfangen wie mit Nr. 0 (die erste Speicherzelle hat die Nr. 0).

Bei vielen Operationen braucht das Resultat nicht gespeichert zu werden, da es zur nächsten Operation gleich weiter verwendet wird. In diesem Falle setzt man anstelle der Speichernummer den Buchstaben V (zwischen Rechenmaschine und Speicherwerk liegt der Verteiler V, in dem die Zahl festgehalten wird). z. B.

$$\begin{aligned} 1+2+3+4+5 &= 6 \\ 1+2 &= V \\ V+3 &= V \\ V+4 &= V \\ V+5 &= 6 \end{aligned}$$

Den Buchstaben V kann man bei einiger Übung auch fortlassen.

$$\begin{array}{rcl} 1+2 & & \\ +3 & & \\ +4 & & \\ +5 & = & 6 \end{array}$$

oder $a^{[2]} + b^{[2]}$ wobei $a = 1$, $b = 2$

$$\begin{array}{rcl|rcl} 1 \cdot 1 & = & 3 & 1 \cdot 1 & = & 3 \\ 2 \cdot 2 & = & V & 2 \cdot 2 & & \\ V + 3 & = & V & +3 & & \\ \sqrt{V} & = & 3 & \surd & = & 3 \end{array}$$

Tritt V als Subtrahend oder Divisor auf oder wird es quadriert, so muß es geschrieben werden: $(1 - V,\ 1 : V,\ V \cdot V)$. Wirkliche Werte (Formelkonstanten) werden eingerahmt. z. B. $1^{[2]} + 2^{[2]} = 3$

Die am Kopf der Rechnung angeführten Resultatwerte können durch die Maschine gelocht, gedruckt oder in der Anzeigevorrichtung sichtbar gemacht werden. Der Rechenplan enthält dann die Angabe

$$17 = \mathrm{R}_n$$

falls 17 der n. Resultatwert ist. Ob die Resultate gelocht, gedruckt oder nur angezeigt werden, wird nicht vom Rechenplan angegeben, sondern muß vor der Rechnung von Hand an der Maschine eingestellt werden. Es ist darauf zu achten, daß die Resultate in der gleichen Reihenfolge herausgegeben werden, wie sie am Kopf der Rechnung aufgeführt sind. Werden die Werte in dieser Reihenfolge berechnet, so kann gleich im Anschluß an die betreffende Operation das Resultatzeichen erfolgen, z. B. $1^{[2]} + 2^{[2]} = \mathrm{R}_1$

$$\begin{array}{rcl} 1 \cdot 1 & = & 3 \\ 2 \cdot 2 & & \\ +3 & & \\ \surd & = & \mathrm{R}_1 \end{array}$$

Andernfalls muß der Wert gespeichert werden, bis er an der Reihe ist. Es können auch sämtliche Resultatwerte gespeichert und am Schluß der Rechnung nacheinander herausgegeben werden.

Kommen in der Rechnung allgemeine Formeln vor, deren Pläne schon aufgestellt sind, so braucht der Rechenplan nicht neu aufgestellt zu werden. Ebenso braucht ein immer wiederkehrender Teil des Rechenplans nur einmal aufgestellt zu werden. Diese Unterpläne werden für sich unabhängig von der Numerierung des Hauptplans besonders aufgestellt. Im Kopf des Hauptplans werden nur die verwendeten Unterpläne aufgezählt.

Die Unterpläne werden ebenfalls gespeichert. Zu diesem Zweck ist das Speicherwerk in vier Gruppen eingeteilt:

I Normalspeicherwerk,

II Speicherwerk für die Unterpläne,

III Speicherwerk für die Zahlen der Unterpläne,

IV Reservespeicherwerk.

Die Speichergruppen sind alle gleich gebaut. So kann man Gruppe IV als Reserve für alle anderen nehmen, falls sie nicht ausreichen, oder man kann in allen vier Gruppen Zahlen des Hauptplans speichern, falls nicht mit Unterplänen gearbeitet wird. Auch der Hauptplan kann beispielsweise in Gruppe IV gespeichert werden.

Beim Arbeiten mit Unterplänen müssen die Ausgangswerte des Unterplans von Gruppe I auf Gruppe III überführt werden und die Resultatwerte wieder von Gruppe III auf Gruppe I. Bei der Aufstellung des Hauptplans müssen folgende Angaben gemacht werden:

1. Nummer oder Bezeichnung des Unterplans,
2. Aufzählung der Nummern der Ausgangswerte im Hauptplan,
3. die Nummern der Speicherzellen, in die die Resultate überführt werden sollen.

Soll z. B. aus den Werten 24 und 27 des Hauptplans der Pythagoras gebildet werden, das Resultat auf Zelle 28 gespeichert werden und hat der Unterplan des "Pythagoras" die Nr. 3, so schreibt man:

$$\text{UP 3}\ \begin{array}{|ll} \text{A} & 24 \\ & 27 \\ \hline \text{R} & 28 \end{array}$$

Die Berechnung von Reihen geschieht ebenfalls mit Unterplänen.

Bei der Quadratwurzel wird stets mit der positiven Wurzel weitergerechnet. Soll auch die negative Wurzel berücksichtigt werden, so sind die Operationen mit der negativen Wurzel besonders auszuführen. Beispiel:

$$x = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - b}$$

Wenn $a = 1$, $b = 2$, $x = \mathrm{R}_1$

$$\begin{aligned}
1 : [2] &= 3 \\
3 \cdot 3 &= V \\
V - 2 &= V \\
\sqrt{V} &= 4 \\
4 - 3 &= \mathrm{R}_1 \\
4 \cdot [-1] &= 4 \\
4 - 3 &= \mathrm{R}_2
\end{aligned}$$