Title: Über Theorie und Anwendungen logistischer Rechengeräte
Author(s): Konrad Zuse
Date: 1948
Published by: Konrad Zuse Internet Archive
Source: Document - ZIA ID: 0301

Über Theorie und Anwendungen logistischer Rechengeräte*

Dipl.-Ing. K. Zuse

1948

Inhaltsverzeichnis

*ZIA 0301. ZuP 037/017. Version 1, Abbildungen fehlen. Durchgesehen von R. Rojas, G. Wagner, L. Scharf

Vorwort.

Der Bericht „Ueber Theorie und Anwendung logistischer Rechenmaschinen" ist ausschließlich zur Information eines ausgewählten Interessentenkreises bestimmt, und ist daher nicht als Veröffentlichung anzusehen. Die vorliegende Schrift befaßt sich im Anschluss an unsere Druckschrift „Zuse Rechengeräte" mit der Beschreibung von Grundlagen und Anwendungsmöglichkeiten der sogenannten „logistischen" Rechengeräte. Der verwendete Formalismus ist auf dem Hilbert'schen Kalkül aufgebaut. (Siehe Hilbert-Ackermann, Grundzüge der theoretischen Logik.) Einzelheiten über Rechengeräte für numerische Rechnungen enthält unser Bericht „Ein neues Rechengerät für technische und wissenschaftliche Rechnungen". Ein Versuchsgerät der hierin beschriebenen Art ist in Hopferau aufgestellt, welches für Vorführungen und Versuchsrechnungen zur Verfügung steht. Wir hoffen, dass die vorliegende Schrift zum Verständnis unserer weiteren Ziele beitragen wird.

Hopferau, den 8.7.48 Z U S E – INGENIEURBUERO.

I. Allgemeines.

Im Gegensatz zu Rechenmaschinen, welche nur der Zahlenrechnung dienen, zu denen auch die neuerdings bekannt gewordenen automatischen wissenschaftlichen Rechenmaschinen gehören, liegt bei der logistischen Rechenmaschine folgende Problemstellung vor: Das Gebiet des Rechnens soll über das Zahlenrechnen hinaus auf jede schematisch-kombinatorische Denktätigkeit ausgedehnt werde, wobei folgende Definition des Rechnens gilt: „Rechnen heisst aus gegebenen Angaben nach einer Vorschrift neue Angaben bilden". Der Begriff Angabe kann dabei sehr weit gefasst werden. (Ja-Nein-Werte, Zahlen, Buchstaben, Befehle, Signale, Kennziffern, Strukturbeschreibungen, Listen usw.). Die Vorschrift muss so aufgebaut sein, dass sie in expliziter Form für sämtliche möglichen Fälle den Weg vorschreibt, auf dem die Lösung sich schliesslich zwangsläufig ergibt. Die Vorschriften können sehr kompliziert und umfangreich und die Endresultate erst über eine Reihe von Zwischenwerten ableitbar sein.

Um zunächst einen ungefähren Begriff von dem, was hier gemeint ist, zu geben, seien einige konkrete Beispiele gebracht:

A) Mathematische Systeme

Gegeben sei eine Aufstellung von Personen bezw. Dingen. Es soll festgestellt werden, ob ein bestimmtes Kriterium erfüllt ist, bezw. es soll eine Teilmenge aus der Gesamtmenge ausgewählt werden. Beispiel im einzelnen:

1. Ein Betrieb führt eine Kartei über sämtliche Belegschaftsmitglieder mit verschiedenen Angaben bezügl. Geschlecht, Alter, Familienstand, Kinderzahl, Ausbildung, Tätigkeit, Bezahlung, Urlaubsanspruch, Krankheit usw. Kriteriumsbildung: Es soll festgestellt werden, ob mehr Männer über 30 Jahre alt ohne Berufsausbildung oder mehr Frauen der gleichen Eigenschaft im Betrieb sind. Es soll für jedes einzelne Belegschaftsmitglied festgestellt werden, ob es z.B. folgende Bedingung erfüllt: Männlich, verheiratet, mehr als 3 Kinder und Berufsausbildung, oder weiblich, über 6 Jahre im Betrieb und über 40 Jahre alt. Durch solche Eigenschaftsbildungen für die einzelnen Glieder der untersuchten Menge wird gleichzeitig eine Teilmenge bestimmter Eigenschaften ausgeschieden.

2. Ein Geschäft führt eine Warenkartei mit Angaben bezüglich Lagerbestand, Einkaufspreis, Verkaufspreis, durchschnittlichen Monatsumsatz, Lagerkosten, Verderblichkeitsgrad usw. Es sollen diejenigen Artikel herausgesucht werden, deren Lagerkosten den Gewinn überschreiten.

3. Lohnkalkulation: Es sollen diejenigen Lohnempfänger herausgesucht werden, welche in eine bestimmte Steuerklasse und Gruppe fallen.

4. Eine mathematische Formel sei durch ihre Zeichenfolge gegeben. Es soll festgestellt werden, ob es sich um eine Summe von Produkten handelt. Oder es soll der Grad der höchsten auftretenden Potenz gesucht werden.

5. Gegeben sei eine Schachsituation durch die Aufzählung der Steine und ihrer Positionen. Es sollen diejenigen Steine herausgesucht werden, welche die weisse Dame angreifen.

6. Gegeben sei das System eines Stabwerkes (z.B. Brücke, Dachbinder) durch die Aufzählung der Knotenpunkte und ihrer Verbindungen durch Stäbe. Es soll festgestellt werden, ob das System statisch bestimmt ist.

Die gegebenen Beispiele lassen sich mathematisch im wesentlichen mit Hilfe des Aussagen-Kalküls und des Prädikaten-Kalküls formulieren. Die drei ersten Beispiele sind aus dem Gebiet der Betriebsstatistik und Kalkulation gegriffen. Die mechanische Lösung solcher Probleme hat sich im grossen Stile die Lochkarten-Maschinenindustrie zur Aufgabe gestellt. Man ist sich dabei allerdings nicht bewusst, mit den einzelnen aufeinander folgenden Arbeitsgängen, Operation der Logistik durchzuführen. Die Beispiele 4, 5, 6 sind grundsätzlich ähnlich gebaut. Ihre Lösung ist bis jetzt jedoch nicht mechanisch versucht worden. Dies liegt daran, dass die einzelnen Kriterien wesentlich komplizierter zu bilden sind, und die Objekte keine Massenuntersuchungen gestatten, wie es in der Betriebskalkulation der Fall ist.

B) Beweisverfahren im Sinne der mathematischen Logik

Ordnungsaufgaben: eine gegebene Menge von Elementen soll nach einem bestimmten Kriterium geordnet werden. Z.B.:

1. Eine Liste von Personen ist alphabetische zu ordnen.

2. Die Liste der Belegschaftsmitglieder eines Betriebes ist dem Alter nach zu ordnen.

3. Die Kunden eines Geschäftes sind nach der Höhe der von ihnen gekauften Waren zu ordnen.

4. Die Glieder einer mathematischen Formel sind nach Potenzen von A zu ordnen.

5. Die Liste der Relais eines Fernsprechgerätes ist im Bezug auf die Kontaktbesetzung zu ordnen. Auch die unter B angeführten Aufgaben sind im wesentlichen mit bekannten mathematischen Kalkülen zu formulieren, wobei zwischen den möglichen Fällen der Eigenschaften eines Dinges Folgerelationen aufgestellt werden müssen, d.h. es muss für jedes mögliche Paar von Elementen festgelegt werden, welche vor dem anderen eingeordnet werden muss.

Mit Hilfe von Lochkartenmaschinen sind auch diese Art von Aufgaben grundsätzlich lösbar. Jedoch lohnt sich ihr Einsatz auch nur bei einer grossen Zahl von Elementen, welche im Bezug auf ein einheitliches Kriterium geordnet werden sollen.

C) Planfertigung für numerische Hochleistungsgeräte

Aufgaben, welche in komplizierter Kombination aus elementaren Operationen zusammengesetzt sind:

1. Es ist der an einen Lohnarbeiter auszuzahlende Betrag als Funktion folgender Grössen bezw. Umstände zu bestimmen:

   (a) Geleistete Stunden im Zeitlohn, unterteilt nach Normalstunden , Überstunden, und Sonntagsstunden.

   (b) Geleistete Arbeit im Akkordlohn anhand der angegebenen Akkordzettel.

   (c) Sonderzuschläge und -zulagen. (Schmutzzulage, Erziehungsbeihilfen für Kinder, Sozialzulagen usw.).

   (d) In den Lohnzettel fallende bezahlte und nicht bezahlte Feiertage.

   (e) Abzüge für Sozialversicherungen usw.

   (f) Abzüge für Steuern als Funktion der Steuerklasse.

   (g) Rückzuzahlende Vorschüsse.

   (h) Überhängende noch nicht abgerechnete Akkordzettel der vorhergehenden Lohnperiode.

   Der sich aus all diesen Umständen ergebende an den Arbeiter auszuzahlende Betrag ist eine Funktion all dieser Grössen, durch welche die gegebenen Umstände und Bedingungen entsprechend einer Lohnvorschrift miteinander in Beziehung gebracht werden.

2. Eine gegebene mathematische Funktion soll in eine Potenzreihe entwickelt werden. Hierzu müssen laufend die Ableitungen der Funktion gebildet wer-

den. Die einzelnen hierzu erforderlichen Operationen sind Ordnen, Feststellen von Kriterien, Vereinfachen, Neubilden von Ausdrücken usw. In komplizierter Verschachtelung. Es lassen sich jedoch für alle Vorgänge strenge Vorschriften aufstellen.

3. Ein Drehteil soll auf einer automatischen Werkzeugmaschine gefertigt werden. Auf Grund von Angaben, welche die Form des Drehteils mathematisch beschreiben, sollen die nötigen Befehle an die Werkzeugmaschine errechnet werden.

4. Es ist die Struktur eines statischen beanspruchten Bauteils gegeben, z.B. ein Stab- oder Rahmenwerk. Es soll der Rechenplan für die statische Rechnung aufgestellt werden, so dass ein automatisches Rechengerät danach arbeiten kann (Rechenplanfertigung).

5. Es soll in einer gegebenen Schachsituation ein günstiger Zug errechnet werden.

Mit den angeführten Beispielen ist die Art der Aufgabenstellung ungefähr umrissen. Wir wollen nun einmal untersuchen, welche Arten von Formalismen heute bereits bekannt sind, um Probleme dieser Art zu formulieren.

1. Die Wortsprache ist kein strenger Formalismus im mathematischen Sinne. Es ist mit ihrer Hilfe nicht möglich, Probleme so eindeutig und klar zu formulieren, dass eine Maschine hiernach arbeiten könnte. Wir benötigen also eine andere Ausdrucksweise.

2. Die bekannten algebraischen Formeln behandeln im wesentlichen nur Beziehungen zwischen Grössen, welche durch Zahlen darstellbar sind. Ausserhalb des Zahlenrechnens liegende Vorschriften lassen sich mit ihnen im allgemeinen nicht formulieren.

3. Der Aussagen-Kalkül der Logistik gibt die Möglichkeit, sämtliche Angaben in Ja-Nein-Werte aufzulösen und durch die Grundoperationen des Aussagen-Kalküls (Konjunktion, Disjunktion, Negation) zu verknüpfen. Dieses Verfahren ist zwar grundsätzlich universell, führt aber bei komplizierten Verknüpfungen zu umständlichen Ausdrücken.

4. Der Prädikaten-Kalkül der Logistik ist eine weiteres brauchbares Hilfsmittel insbesondere zur Einteilung von gegebenen Elementen in Klassen und dergleichen. Der Relationen-Kalkül, eignet sich sehr gut zur formalen Darstellung technischer Strukturen, z.B. Leitungsnetzen, Stauwerken usw.

Der Aussagen-Kalkül und der Prädikaten-Kalkül geben die grundsätzliche Möglichkeit, Probleme der oben gezeigten Art zu formulieren. Da dieser Formalismus nur in speziellen mathematischen Kreisen bekannt ist, sei er hier durch wenige Worte in den wesentlichen Punkten charakterisiert. Der Aussagen-Kalkül arbeitet mit „Wahrheitswerten“, welche Aussagen zugeordnet werde. Eine Aussage z.B. „ a ist grösser als b“ ist entweder wahr oder falsch. Solche Aussagen lassen sich nun entsprechend der Algebra durch Buchstaben symbolisch darstellen und durch Funktionszeichen verknüpfen. Ähnlich wie in der Algebra der Zahlen die Verknüpfung zweier Zahlen durch ein Operationszeichen wieder eine Zahl ergibt, so ergibt die Verknüpfung zweier Aussagen durch eine aussagenlogische Operation wieder eine Aussage. Wir haben folgende drei logischen Grundoperationen:

1. Konjunktion $A \wedge B$ (A und B)
2. Disjunktion $A \vee B$ (A oder B)
3. Negation $\overline{A}$ (nicht A)

Die Aussagen $A \wedge B$ ist wahr, wenn sowohl A als auch B wahr ist, die Aussage $A \vee B$ ist wahr, wenn mindestens eine der beiden Aussagen A bezw. B wahr ist,$\overline{A}$ ist wahr, wenn A falsch ist. Wir haben ferner noch abgeleitete Operationen:

1. Implikationen $A \rightarrow B$ (wenn A, so B)
2. Äquivalenz $A \sim B$ (A gleichbedeutend mit B)

Mit Hilfe dieser Operationen lässt sich z.B. die Aussage „wenn gearbeitet wird, und es ist Sonntag, so wird Zulage gezahlt“ symbolisch wie folgt ausdrücken: A ist die Aussage „es wird gearbeitet“ B ist die Aussage „ es ist Sonntag“ C ist die Aussage „ es wird Zulage gezahlt“ Der Satz wird dann wie folgt geschrieben: $A \wedge B \rightarrow C$

Sieht man von der Bedeutung der Aussagen-Variablen als Wahrheitswerten ab, so kann man die aussagenlogischen Formeln lediglich als Verknüpfungen von Ja-Nein-Werten auffassen. Ein Ja-Nein-Wert ist eine Angabe, welche nur zwei Werte zulässt, z.B. das Vorzeichen einer Zahl oder die Ziffer einer Dualzahl. Ja-Nein-Werte lassen sich konstruktiv leicht durch Schalterstellungen, Relaisstellungen und dergleichen darstellen.

Ein gutes Beispiel für die praktische Verwendung des Aussagen-Kalküls ist seine Anwendung auf Schaltungen elektromagnetischer Relais, welche als Bauelemente der Fernsprechtechnik bekannt sind. Elektromagnetische Relais sind Schaltglieder, die sich in einem von zwei möglichen Zuständen befinden können, d.h. deren Anker angezogen oder abgefallen ist. Sie steuern Kontakte, welche dementsprechend zwei Stellungen einnehmen können (offen, geschlossen). Ordnet man nun den Relais bezw. Kontakten aussagenlogische Variablen zu, so kann man den drei elementaren Grundoperationen des Aussagen-Kalküls folgende Elementarschaltungen zuordnen:

1. Konjunktion, $A \wedge B$ äq C, Hintereinanderschalten von Kontakten:

Bild

2. Disjunktion, $A \vee B$ äq C, Parallelschaltung von Kontakten:

Bild

3. Negation, $\overline{A}$ äq C, Ruhekontakt:

Bild

Hierbei bedeutet das Zeichen äq, dass der linke Ausdruck Aequivalent dem rechten ist. P bedeutet einen Pol, der dauernd an Spannung liegt.

Auf diese Weise lassen sich Relais-Schaltungen, welche aus einfachen Relais-Kontakten aufgebaut sind und aussagenlogische Formeln einander zuordnen. Z.B. ist der Formel

$$[(a \sim b) \wedge \overline{c}] \vee (a \wedge c) \text{ äq } d$$

folgende Schaltung zugeordnet:

Bild

Man kann nun solche Schaltungen rechnerisch bezw. algebraisch behandeln, indem man auf die zugeordneten aussagenlogischen Formeln die nach den Regeln des Aussagen-Kalküls erlaubten Operationen anwendet. Die Übertragung auf die Schaltung ist dann jederzeit möglich. Man kann also Aufgaben der Schaltungstechnik weitgehend formelmässig behandeln.

Der Prädikaten-Kalkül ordnet den Dingen eines Wertbereichs Eigenschaften zu. So lässt sich z.B. für die Aussage „a ist eine positive Zahl“ das Zeichen Pos(a) einführen. Pos ist das Funktions- bezw. Prädikatenzeichen und a die Variable. Derartige Prädikate stellen Aussagen dar. Führen wir jetzt noch das Prädikat Gz (a) „a ist eine ganze Zahl“ ein, so bedeutet

$$Pos(a) \wedge Gz(a)$$

„a ist eine positive ganze Zahl“.

Ebenso lassen sich zwei- und mehrstellige Prädikate oder auch Relationen genannt, einführen. Z.B. $<(a, b)$ „a ist kleiner als b“. Es lässt sich dann leicht ein Satz der Algebra symbolisch formulieren:

$$<(a, b) \wedge <(b, c) \rightarrow <(a, c)$$

„Wenn a kleiner ist als b und b kleiner als c, so ist auch a kleiner als c“.

Dieser Prädikaten-Kalkül könnte bereits fruchtbringend in der Betriebskalkulation angewandt werden. Man kann z.B. in der Belegschaftskartei eines Betriebes den einzelnen Personen Eigenschaften zuordnen: M (x) „x ist männlich“. $\overline{\mathrm{M(x)}}$ bedeutet dann „x ist weiblich“. F(x) „x ist ein Facharbeiter“ H(x) „x ist verheiratet“, K(x) „x hat Kinder“, usw. Das zusammengesetzte Prädikat

$$[(\overline{M(x)} \wedge F(x)) \vee (M(x) \wedge H(x))] \wedge K(x)$$

trifft dann auf folgende Gruppen von Personen zu: „Weibliche Facharbeiter mit Kindern oder männliche Verheiratete mit Kindern“.

Auf diese Weise wäre es bereits möglich, eine Reihe von Klassifikationen durch eine einheitliche symbolische Ausdrucksweise darzustellen.

Auch auf technische Probleme lässt sich der Prädikaten-Kalkül und insbesondere der Relationen-Kalkül gut anwenden. Z.B. lässt sich die Struktur eines Fernmeldenetzes durch die Relationen Verb (a,b) „ a ist verbunden mit b“ darstellen. Die praktische Darstellung dieser Relation erfolgt dann durch eine Paarliste, welche gleich der Aufzählung der miteinander verbundenen Stellen ist. Beispiel:

Bild

Entsprechend lassen sich z.B. Stabwerke, Rahmenwerke und andere statische Konstruktionen in ihrer Struktur kennzeichnen. Hiervon werden weiter unten noch Bespiele gegeben (siehe Seite 23).

Eine gute Anwendungsmöglichkeit des Relationen-Kalküls bietet sich auch im Schachspiel. Die jeweilige Situation des Spielfeldes ist im wesentlichen durch Beziehungen zwischen den Steinen und den Feldern des Schachbrettes gekennzeichnet. Diese lassen sich sehr gut als Relationen darstellen, z.B. T (a,b) „ein Turm kann von a nach b setzen“. Führen wir noch die Symbole L (a,b) und D (a,b) ein „ein Läufer kann von a nach b setzen“, bzw. „eine Dame kann von a nach b setzen“, so lässt sich z.B. folgende aussagenlogische Beziehung aufstellen:

$$T(a,b) \vee L(a,b) \rightarrow D(a,b)$$

oder in Worten: „Wenn ein Turm von a nach b setzen kann, oder ein Läufer von a nach b setzen kann, kann eine Dame von a nach b setzen“.

Zu den charakteristischen Operationen des Prädikaten-Kalküls gehören die sogen. „All= und Existenzoperatoren“. Der Ausdruck

$(x)A(x)$ bedeutet, dass das Prädikat A (x) auf alle x zutrifft, also auf alle Dinge, welche als Einsetzungen in A in Frage kommen.

$(Ex)A(x)$ bedeutet, dass das Prädikat A (x) auf alle x zutrifft, also auf alle Dinge, welche als Einsetzungen in A in Frage kommen.

So lässt sich z.B. folgender Satz aufstellen:

$$(x)(Ey)(y > x)$$

„zu jedem x gibt es ein y, welches grösser ist als x“.

Die Logistik benutzt diesen Kalkül hauptsächlich zur exakten Formulierung von Axiomen-Systemen und logistisch strengen Beweisen von mathematischen Sätzen. Der Kalkül ist dementsprechend für diese Aufgabe zugeschnitten. Seine Übertragung auf Probleme des praktischen Rechnens, wie sie oben angedeutet sind, ist nun zwar sehr fruchtbringend, aber es ist erforderlich, erhebliche Erweiterungen und Abänderungen durchzuführen, um zu praktisch brauchbaren Ergebnissen zu gelangen. Einige Beispiele mögen dies veranschaulichen:

Wendet man die Relationen Verb (a,b) auf ein Netzwerk von Punkten an, (siehe obiges Beispiel des Fernmeldenetzes), so kann man solchen Netzwerken verschiedene Eigenschaften zuordnen. Eine solche ist die Kohärenz, welche besagt, dass jeder Punkt mit jedem direkt oder indirekt verbunden ist. Es sind jedoch mehrere indirekte Verbindungen zwischen zwei Punkten zugelassen. Im Gegensatz hierzu liegt eindeutige Kohärenz dann vor, wenn zwischen zwei beliebigen Punkten nur eine Verbindungsmöglichkeit besteht. Z.B. ist bei folgender Darstellung das Netzwerk A nicht kohärent, das Netzwerk B mehrdeutig kohärent und das Netzwerk C eindeutig kohärent:

Bild

Neben der Anwendung auf Netze aller Art hat dieser Begriff eine wichtige Bedeutung bei der eindeutigen Vermaßung von Punkten auf einer Achse:

Bild

Es liegt eindeutige Vermaßung vor.

Inkohärenz würde in diesem Falle bedeuten, dass Maße fehlen, mehrdeutige Kohärenz, dass Übervermaßung vorliegt. Die Aufgabe spielt bei der Zeichnungskontrolle eine wichtige Rolle. (Vergl. S. 21) Ein ähnliches, aber etwas verwickelteres Problem liegt vor, wenn exakt formuliert werden soll, ob ein Stabwerk (eben bzw. räumlich) statisch bestimmt ist.

Die mathematisch exakte Formulierung der eindeutigen Kohärenz erfolgt am besten durch eine sogenannte rekursive Definition:

I. „Besteht ein Netzwerk aus einem einzelnen Punkt, so ist es eindeutig kohärent.

II. Haben wir ein eindeutig kohärentes Netzwerk u und bilden wir aus u und einem einzelnen Punkt p, der in u nicht enthalten ist, ein neues Netzwerk v, indem wir p mit einem beliebigen Punkt von u verbinden, so ist v ebenfalls eindeutig kohärent.“

Zur formalen Darstellung müssen wir erst verschiedene Prädikate festlegen:

Np (a,b) = „a ist ein Punkt des Netzes b“

Verb (a,b) = „der Punkt a ist direkt verbunden mit dem Punkt b“

Ek (a) = „a ist ein eindeutig kohärentes Netz“.

Rekursive Definition:

I. $(Ex)[Np(x,u) \wedge \overline{(Ey)}(Np(y,u) \wedge \overline{x = y})] \rightarrow Ek(u)$

II. $Ek(u) \wedge \overline{Np}(p,u) \wedge Np(p,v) \wedge [(x)(Np(x,u) \rightarrow Np(x,v))] \wedge (Ex)[Np(x,u) \wedge Verb(x,p) \ \wedge \ \overline{(Ey)}(Np(y,u)) \ \wedge \ Verb(y,p) \ \wedge \ \overline{x = y}] \ \wedge \ (\overline{Ex})[\overline{Np(x,u)} \ \wedge \ Np(x,v) \ \wedge \ \overline{x = p}] \qquad \rightarrow Ek(v)$

Die wörtliche Übersetzung dieses Ansatzes lautet:

1.) „Wenn x ein Punkt des Netzes u ist, und wenn es keinen Punkt y gibt, der zum Netz u gehört und von x verschieden ist, ist u eindeutig kohärent.

2.) „Wenn u ein eindeutig kohärentes Netz ist und der Punkt p nicht zu u gehört, wohl aber zum Netz u gehört, und wenn alle Punkte von u auch zu v gehören, und wenn es einen Punkt x gibt, der zu u gehört und mit p verbunden ist, und es keinen Punkt y gibt, der zu u gehört, mit p verbunden und von x verschieden ist, und es keinen Punkt gibt, der nicht zu u gehört, jedoch zu v gehört und von p verschieden ist, so ist v eindeutig kohärent.“

In Übersichtlicher Ausdrucksweise kann man die Sätze besser wie folgt ausdrücken:

I.) Eine hinreichende Bedingung dafür, dass u ein eindeutig kohärentes Netz ist, liegt vor, wenn

a) es einen Punkt x gibt, der zu u gehört, und

b) es keinen anderen Punkt y gibt, der zu u gehört.

II.) Eine hinreichende Bedingung dafür, dass v ein eindeutig kohärentes Netz ist, liegt vor, wenn

1.) u ein eindeutig kohärentes Netz ist, und

2.) der Punkt p in u nicht enthalten ist, und

3.) der Punkt p in v enthalten ist, und

4.) alle Punkte, die in u enthalten sind, auch in v enthalten sind, und

5.) es einen Punkt x gibt, sodass gilt

   a) x ist eine Punkt von u und
   b) x ist verbunden mit p und
   c) es gibt keinen anderen Punkt y, der Punkt von u ist und mit p verbunden ist

   und schliesslich

6.) es ausser p keinen Punkt gibt, der zu v gehört, aber nicht zu u.

Auf diese Weise ist es möglich, derartige Zusammenhänge im Prädikaten-Kalkül zu formulieren. Jedoch eignet sich diese Form noch nicht zur praktischen Rechnung. Ist z.B. ein solches Netzwerk durch seine Paarliste „Verb (a,b)“ gegeben und soll nun „errechnet“ werden, ob es sich um ein eindeutig kohärentes Netzwerk handelt, so kann man mit der rekursiven Definition wenig anfangen, denn der Ansatz ist zunächst nur in impliziter Form gegeben und muss zur praktischen Berechnung explizit entwickelt werden. Eine Rechenanweisung, mit deren Hilfe man systematisch eine gegebene Paarliste auf eindeutige Kohärenz prüfen kann, ist folgende:

1.) Die gegebene Liste sei v

2.) bilde eine neue Liste z nach folgendem Verfahren:

   a) das erste Paar der Liste v ist gleich dem ersten Paar der Liste z. Die Liste v ohne dieses erste Paar ist gleich der Restliste von v.
   b) Suche aus der Restliste von v das nächste Paar heraus, dessen Vorder- oder Hinterglied in z enthalten ist. Sind beide darin enthalten, so liegt mehrdeutige Kohärenz vor, und die Untersuchung kann abgebrochen werden. Sonst schliesse das gefundene Paar an die Liste z an. Die neue Restliste von v ist gleich der alten ohne dieses neue an u angeschlossene Paar. Wiederhole den Prozess b) solange, wie die Restliste von v Glieder enthält, welche an x angeschlossen werden können.
   c) Die Bedingung der eindeutigen Kohärenz ist erfüllt, wenn unter b) keine zweifach angeschlossenen Glieder gefunden wurden und am Schluss sämtliche Glieder von v bzw. der Restliste von v an z angeschlossen sind.

Erst die mathematische Formulierung dieser Rechenanweisung, so, dass eine entsprechende Rechenmaschine danach arbeiten könnte, würde eine Lösung der hier gestellten Aufgabe bedeuten. Hierfür sind jedoch die bekannten Formalismen der Logistik nicht ohne weiteres geeignet. Dabei sind die Operationen, die von einer Rechenmaschine bei Lösung dieser Aufgabe durchgeführt werden müssten, an sich sehr einfach. Es sind lediglich Umgruppierungen in Speicherwerken und Feststellungen der Gleichheit von Zahlen erforderlich.

Eine nähere Untersuchung, auf die hier nicht näher eingegangen werden soll, zeigt, dass an einen allgemeinen rechnerischen Kalkül u.a. folgende Forderungen gestellt werden müssen:

1.) Es muss möglich sein, in dem Kalkül sämtliche Prädikate explizit auszudrücken, d.h. so, dass in jedem vorgelegten Fall durch Belegung der Variablen mit bestimmten Werten eindeutig und schematisch bestimmt werden kann, ob das Prädikat erfüllt ist oder nicht.

2.) Es ist eine strenge Theorie der Angabenstruktur erforderlich. Die einfachste Angabe ist der Ja-Nein-Wert. Durch Zusammensetzung mehrerer Ja-Nein-Werte kann man Angaben höherer Variabilität bilden, z.B. Dualzahlen. Grundsätzlich können alle Angaben durch Ja-Nein-Werte aufgebaut werden. Komplizierte Angaben sind mehrfach in Komponenten unterteilbar. Es gibt Angaben von starrer und variabler Struktur.

3.) Es muss die Möglichkeit bestehen, jede Variabel in Bezug auf ihre Bezeichnung, Komponenten, Struktur usw. eindeutig zu kennzeichnen. Das in der Mathematik bisher übliche Verfahren mit verschiedenen Buchstaben, (lateinisch, griechisch, deutsch, gross, klein) mit Indices zu arbeiten, ist hier völlig unzureichend, da die Fülle der erforderlichen Kennzeichnungen die Variabilität der alten Schreibweise übersteigt.

4.) Es sind verschiedene organisatorische Massnahmen zu ergreifen, die lediglich dem flüssigen Ablauf der Rechnung dienen. Dies bezieht sich hauptsächlich auf Rechenpläne von variabler Struktur, d.h. solche, deren Verlauf von den Ergebnissen der Rechnung selbst abhängt.

Die vorstehend in den Punkten 1.) – 2c.) enthaltenen Vorschriften sind nachfolgend durch einen allgemeinen Rechenplan dargestellt, der lediglich einen Begriff von dem Aussehen einer solchen allgemeinen Rechenanweisung geben soll.

Bild

Ohne diesen Plan im einzelnen zu erklären, sei folgendes grundsätzlich gesagt: Die den einzelnen Variablen zugeordneten Indices sind streng nach Zeilen geordnet. In der ersten Zeile steht die Variable selbst, in der zweiten steht der „Variablen Index“, der die verschiedenen Variablen (V) und Zwischenwerte (Z) voneinander unterscheidet. In der dritten Zeile steht der Komponenten-Index, welcher angibt, welche Komponente der betreffenden Angaben gemeint ist. In der vierten Zeile steht die Kennzeichnung der Struktur der betreffenden Angaben. Der Rechenplan zerfällt in verschiedene Rechenplangleichungen. Charakteristisch ist das „Ergibt-Zeichen“ $\Rightarrow$. Links von diesem Zeichen steht ein zu errechnender Ausdruck, rechts das Resultat. Den Hauptteil der Rechnung bildet ein „Wiederholungs-Plan“ W, der solange wiederholt durchgerechnet wird, bis der Wertevorrat der gegebenen Paarlisten erschöpft ist.

Es sei nun an einigen Beispielen gezeigt, wie sich der skizzierte Kalkül auf verschiedene mathematische und technische Probleme anwenden lässt.

II. Anwendungs-Beispiele

A) Mathematische Systeme.

Ein grosser Teil der Arbeit eines Mathematikers besteht aus verhältnismässig stumpfsinnigen Umformungen von Ausdrücken, Bilden von Ableitungen, Entwickeln von Potenzreihen, Vereinfachungen von Ausdrücken usw. Hierbei sind grundsätzlich zwei Arten von Aufgaben zu unterscheiden:

a) Aufgaben, für welche sich strenge Vorschriften aufstellen lassen, welche für alle möglichen Fälle den Lösungsweg angeben.

b) Aufgaben, welche umfangreiche Kenntnisse erfordern und der Schematisierung schwer zugänglich sind.

Zur Gruppe a) gehören z.B. Vereinfachungen von Ausdrücken, Entwickeln der expliziten Form, Bildung von Ableitungen, Potenzreihen usw. Zur Gruppe b) gehören die Aufgaben, bei denen zur Lösung besondere Tips erforderlich sind, so dass bei ihnen erst ein umfangreiches und geschicktes Probieren zum Ziele führt. Ein typisches Beispiel ist die Bildung von Integralen nach der Substitutionsmethode. Aber auch bei diesen Problemen sind neben der eigentlichen geistvollen mathematischen Arbeit eine Reihe von stumpfsinnigen Operationen erforderlich, die rein schematisch verlaufen. Die Schematisierung solcher mathematischer Arbeiten ist nun wie folgt möglich: Sämtliche mathematischen Formeln werden durch Zeichenfolgen dargestellt. Wir haben dann Variablen-Zeichen, Operations-Zeichen, Klammer-Zeichen, Gleichheits-Zeichen usw. Jedes einzelne Zeichen kann durch eine Folge von Ja-Nein-Werten (z.B. 8) dargestellt werden. Es entspricht dies dem Verfahren in der Fernmeldetechnik, wo Buchstaben „verschlüsselt“ in Kombination von 5 Stromimpulsen dargestellt werden. In einer solchen „verschlüsselten“ Form ist auch die Bearbeitung einer Formel durch Rechenmaschinen möglich.

a) Die elementarste Operation ist nun zunächst die Prüfung einer vorgegebenen (z.B. eingetasteten) Zeichenfolge daraufhin, ob es sich um einen sinnvollen, d.h. den Regeln der Algebra entsprechenden Ausdruck handelt. Z.B. erfüllen folgende Ausdrücke diese Bedingung nicht:

$$a + (3-) \qquad ; \qquad [a \cdot b(-c) \qquad ; \qquad a^2 + b^2 =$$

Dies erfolgt so, dass zunächst das Kriterium „sinnvolle Zeichenfolge“ logistisch als Prädikat einer Zeichenfolge definiert wird. Danach lässt sich nun das Kriterium dafür ableiten, ob bei nacheinander folgender Eintastung eines Zeichens nach dem anderen das neue Zeichen mit der bisher getasteten

Zeichenfolge verträglich ist. Die Maschine zählt selbsttätig die vorhergegangenen Klammerauf- und Klammerzuzeichen, Gleichheitszeichen usw., so dass am Schluss z.B. die „Klammer-Bilanz“ stimmen muss.

b) Eine weitere schematisierbare Operation ist dann die Feststellung von Eigenschaften solcher Zeichenfolgen, z.B.: „Es ist ein Ausdruck“, „Es ist eine Gleichung“, „Es ist ein Polynom“, „Es ist eine quadratische Gleichung“ usw.

c) Daran anschliessen können dann die eigentlichen Operationen mit Zeichenfolgen, welche diese umformen, vereinfachen, ergänzen usw. Dieses geschieht mathematisch in der Form, dass ein „Operator“ in Form einer Rechenvorschrift aufgesetzt wird, welche auf Zeichenfolgen anwendbar ist. Operatoren, welche auf Polynome anwendbar sind, können z.B. in der Wortsprache lauten:

> „Ordne zunächst innerhalb jedes Produktes die Faktoren der alphabetischen Reihenfolge nach, und ordne dann, die Produkte selbst in bezug auf die Höhe der Potenzen der einzelnen Faktoren“.

Beispiel: Gegebener Ausdruck: $ca^2 \cdot b - d \cdot a \cdot c + e \cdot ab$
Umgeformter Ausdruck: $a^2bc + abe - acd$

Auf diese Weise kann z.B. eine Maschine systematisch durch Ordnung von zwei der Form nach verschiedenen Ausdrücken ihre mathematische Gleichwertigkeit feststellen.

Solche Operatoren können sich auch auf mehrere Ausdrücke erstrecken, indem der Befehl gegeben wird, in dem Ausdruck A überall für den Wert x den Ausdruck B zu setzen. Operatoren komplizierterer Art sind dann die Differential-Operatoren, welche die Ableitung eines Ausdrucks bilden usw. Eine mathematische Ableitung braucht dann nicht mehr darin zu bestehen, dass Schritt für Schritt die einzelnen Ausdrücke in ihren verschiedenen Entwicklungsstufen vollständig hingeschrieben werden, sondern in der Aufstellung der Operatoren, welche nacheinander auf die vorgegebenen bzw. abgeleiteten Ausdrücke angewandt werden. Sind dieser Operatoren stets völlig eindeutig, so muss auch schliesslich das Endprodukt der mathematischen Ableitung völlig eindeutig durch die Folge der Operatoren gegeben sein. Der Fall ist ähnlich der Beschreibung einer Schachpartie. Will man eine Partie eindeutig in ihrem Ablauf kennzeichnen, so genügt die Aufstellung der Züge in der bekannten Weise. Es ist keineswegs nötig, die einzelnen Positionen der Steine in Bildern aufzuzeichnen.

Im Gegensatz dazu ist das heute in der Mathematik übliche Verfahren sehr umständlich. Man ist gezwungen, fast sämtliche Stufen der Entwicklung voll hinzuschreiben. Wir verfügen noch nicht über eine Zeichensprache, welche einen mathematischen „Zug“ eindeutig kennzeichnet, so dass lediglich durch Hinschreiben dieses Zeichens der neue mathematische Ausdruck eindeutig gekennzeichnet ist. Die oben erwähnten Operatoren, welche auf Formeln anwendbar sind, entsprechen gewissermassen den erlaubten Zügen bei einer „mathematischen Partie“. Bei dem Arbeiten mit einer logistischen Rechenmaschine kann der Mathematiker aus der Zahl der erlaubten Züge jeweils einen ihm passend erscheinenden heraussuchen, worauf die eigentliche Umformarbeit automatisch von der Maschine geleistet wird. Es ist dann gleichzeitig gesichert, dass keine logischen Fehler gemacht werden können.

Auf diese Weise ist es möglich, die Leistungsfähigkeit eines Mathematikers ähnlich zu erhöhen wie die eines Erdarbeiters mit Hilfe eines Baggers. An mathematischem Niveau, d.h. im bezug auf die Genialität der mathematischen Ableitung ist zwar zunächst nichts gewonnen; aber die Möglichkeit, in gleichem Zeitraum eine weit grössere Zahl von Variablen durchspielen zu können, erlaubt es z.B. in schwierigen Fällen ein Integral nach der Substitutionsmethode wesentlich schneller zu finden.

B) Beweisverfahren im Sinne der mathematischen Logik.

Hierüber gilt grundsätzlich dasselbe wir das im Abschnitt A) Gesagte. Ähnliche Operationen, wie sie auf algebraische Formeln anwendbar sind, können auch für logistische Formeln gebildet werden. Es besteht auch hier zunächst die Möglichkeit, ein Gerät zu entwickeln, welches die mechanische Ableitungs- und Umformungsarbeit gegebener Ausdrücke selbsttätig durchführt, dabei aber in bezug auf die grundsätzliche Richtung des Prozesses von einem Mathematiker gesteuert wird. Das Gerät führt dann nur Operationen durch, welche im Sinne der „Spielregeln“ des Kalküls erlaubte Züge darstellen.

C) Planfertigung für numerische Hochleistungs-Rechengeräte.

Die modernen grossen Rechenmaschinen, welche längere numerische Rechenabläufe selbsttätig durchführen, brauchen zur Steuerung ein vorgegebenes Rechenschema (Rechenplan, program, set up, plugging), wodurch der Maschine nacheinander die einzelnen Operationen kommandiert werden. Das Aufsetzen solcher Rechenpläne ist eine verhältnismässig mühsame Arbeit, deren Umfang in keinem Verhältnis zu dem durch die Automatisierung der Rechnung erzielten Gewinn steht. Derartige Aufgaben kann nur eine logistische Rechenmaschine übernehmen. Man kann die Funktion eines solchen Gerätes aufteilen:

1.) Eintastung einer explizit entwickelten Formel an einer Formelschreibmaschine in der üblichen mathematischen Schreibweise. Die Schreibmaschine ist dabei mit dem Planfertigungsgerät gekuppelt. Anhand der eingetasteten Zeichenfolge entwickelt das Gerät selbsttätig die Befehlsfolge für das numerische Rechengerät. Hierbei wird gleichzeitig geprüft, ob es sich um eine sinnvolle Tastung handelt. Umgekehrt können Befehlsfolgen (Rechenpläne) in das Gerät eingesetzt und die zugehörigen Formeln in der üblichen mathematischen Schreibeweise wieder sichtbar gemacht werden.

2.) Ableitung von Rechenplänen spezieller Struktur aus Rechenplänen allgemeiner Struktur. Oft besteht die Aufgabe darin, eine Problem, für welches die vollständige Lösung bereits vorliegt, nur in gewissen Einschränkungen durchzurechnen. Für das eingeschränkte Problem muss, um unnötige Rechenarbeit zu sparen, eine neuer Rechenplan hergestellt werden. Dieser ergibt sich jedoch im wesentlichen durch Fortlassen von Teilen aus dem bereits vorhandenen Rechenplan für das Gesamtproblem. Diese Arbeit kann nun von einem Planfertigungsgerät automatisch geleistet werden. Die Gesichtspunkte, nach denen solche Einschränkungen vorgenommen werden, können z.B. folgende sein:

   a) Eine Reihe von Ausgangswerten ist gleich Null (z.B. Gleichungssysteme, bei denen die Matrix nicht voll besetzt ist).
   b) Mehrere Ausgangswerte sind einander gleich (Symmetrie).
   c) Aufteilung eines Rechenplans in mehrere Teile, falls einige Teile häufiger durchgerechnet werden müssen als andere.
   d) Reduktion auf einen Teil der Resultatwerte (Für den Fall, dass nicht sämtliche Resultatwerte interessieren).

3.) Zusammensetzen von Rechenplänen aus Teilplänen und Unterplänen.

4.) Entwickeln der expliziten Lösung anhand eines durch einen Formelverband (im Original nicht lesbar) gegebenen Zusammenhang. Diese Aufgabe erfordert weitgehende Operationen entsprechend Abschnitt A). Ein Formelverband liegt vor, wenn eine Anzahl von Variablen durch mehrerer Gleichungen miteinander verknüpft sind. Es gehören also die linearen Gleichungssysteme dazu. Aber auch folgendes ist ein Formelverband:

$$
\begin{gathered}
s = \tfrac{b}{2}t^2 \\
v = b \cdot t \\
P = m \cdot b \\
E = \tfrac{m}{2}V^2 \\
J = m \cdot v
\end{gathered}
$$

Durch diese 5 Beziehungsgleichungen werden die 8 Grössen s (Weg), b (Beschleunigung), t (Zeit), v (Geschwindigkeit), P (Kraft), m (Masse), E (kinetische Energie) und J (Impuls) miteinander verknüpft. Der Gang der

Rechnung ist nun jedesmal ein anderer, je nachdem, welche Grössen als Funktion welcher Variablen gesucht werden. Es müssen hier in jedem Falle andere Kombinationen zwischen einzelnen Gleichungen gebildet werden. Eine solche Aufgabe tritt häufig in der Praxis des Ingenieurs auf. Ist z.B. ein Rechenplan für ein statisches System gegeben, bei dem aus gegebenen Maßen und Kräften die Beanspruchungen der einzelnen Konstruktionsglieder errechnet werden, so kann umgekehrt aus diesem Rechenplan ein anderer entwickelt werden, bei dem bestimmte Spannungen gegeben sind, und nun nach bestimmten Maßen (z.B. Blechstärken) gefragt wird.

D) Atomphysik.

Neben der laboratoriumsmässigen Erforschung der Probleme der Atomphysik hat in den letzten Jahrzehnten insbesondere die mathematische Erfassung der Atomvorgänge entscheidende Bedeutung erlangt. Die exakt oder auch nur ausreichend genaue Erfassung atomarer Vorgänge erfordert einen gewaltigen Apparat, dessen praktische Bewältigung auf grosse Schwierigkeiten stösst. In den meisten Fällen kann, trotzdem der Weg der exakten Lösung an sich bekannt ist, nur durch Näherungslösung das Ziel erreicht werden. Diese bestehen meistens in numerischen Integrationen. Diese können nun bereits weitgehend von den bekannten numerischen Grossrechengeräten bewältigt werden, wobei die hohe Rechengeschwindigkeit der mit Röhren gebauten Geräte besonders zustatten kommt. Jedoch sind mit dieser Möglichkeit, die rein numerische Rechnung der Maschine zu überlassen, die Schwierigkeiten noch nicht voll behoben. Das Aufsetzen der Näherungsansätze selbst und der zugehörigen Rechenverfahren und Rechenpläne muss entsprechend Abschnitt A) und C) mechanisiert werden. So besteht z.B. die Schwierigkeit bei der Heisenberg'schen Matrizenmechanik weniger in der numerischen Rechnung (z.B. der Multiplikation zweier Matrizen), sondern vielmehr darin, für das spezielle Problem die richtigen Ansätze zu finden. Auch diese ergeben sich nach bestimmten Regeln, welche weitgehend mechanisierbar sind. Die Theorie der Atomphysik ist heute zu einer Wissenschaft geworden, welche fast alle Gebiete der Mathematik erfasst. Wer gelegentlich einen kleinen Einblick in diese nur wenigen zugängliche Welt genommen hat, wird den Eindruck bekommen haben, dass es sich hier um eine Materie handelt, welche nur von Menschen mit überdimensionalen Gehirnen beherrscht werden kann. Den Übermenschen im Sinne Nietzsches wird es nicht geben; wohl aber besteht die Möglichkeit den menschlichen Geist solche Stützen zu geben, dass er auch komplizierte Aufgaben mit der nötigen Leistungsfähigkeit beherrscht. In der Atomphysik ist in mathematischer Hinsicht ein Punkt erreicht, wo die vorliegenden Aufgaben nach einer Mechanisierung und Erweiterung des menschlichen Denkvermögens verlangen. Für die bestehende Situation ist folgender Satz von Heisenberg (die Physik der Atomkerne, S. 41) kennzeichnend: „Grundsätzlich könnte man mit Hilfe der

Quantenmechanik alle chemischen Grössen, wie Wärmetönung, Affinitäten usw. quantitativ berechnen. Aber die mathematischen Schwierigkeiten sind im allgemeinen so gross, dass solche Rechnungen bisher nur in einigen einfachen Fällen tatsächlich durchgeführt worden sind.“

Praktisch liegt der Fall so, dass nicht einmal mit den amerikanischen Grossgeräten direkte numerische Lösungen etwa der Schrödinger-Gleichung bei einem Mehr-Elektronen-Problem möglich wäre. Die Wellenmechanik arbeitet mit Differentialgleichungen im mehrdimensionalen Konfigurationsraum (3n-dimensional, wobei n die Anzahl der beteiligten Elektronen ist). Um dieses Problem zu bewältigen müssen nun zunächst eine Reihe kombinatorischer Denkoperationen bezügl. Der Aufteilung des Konfigurationsraumes durch Knotenpunkte, Knotenlinien, Knotenflächen usw. durchgeführt werden, welche über das Anschauungsvermögen weit hinaus gehen, für die sich aber logisch strenge Regeln etwa im Sinne des Hilbert'schen Raumes aufstellen lassen. So ergibt sich eine Strukturaufteilung des Konfigurationsraumes in einzelne Zellen und hieraus die Ansätze für die einzelnen numerischen Integrationen, Iterationen usw. Auch die Überlegungen, welche Vernachlässigungen gemacht werden können, sind sehr komplizierter Natur und erfordern erhebliche Kombinationsarbeit, die sich aber ebenfalls mechanisieren lässt.

E) Rechnerische Chemie.

Die moderne Chemie befindet sich in einem Übergangsstadium von einer mehr empirisch-experimentellen Wissenschaft, zu einer mehr physikalisch-mathematischen Wissenschaft. Den Weg hierzu zeigt die Atomphysik, welche die Möglichkeit gibt, die für die chemischen Bindungen massgebenden Vorgänge in den Elektronenschalen der Atome theoretisch zu verfolgen. Es gilt hierzu grundsätzlich das unter B) gesagte.

Darüber hinaus könnte man eine Statistik der bekannten chemischen Verbindungen entwickeln, welche für jede Verbindung die wichtigsten Daten in einem Speicherwerk jederzeit zur Verfügung stellt.

F) Buchhaltung, Betriebskalkulationen uns sonstiges kommerzielles Rechnen.

Diese Gebiete sind wohl bisher am weitgehendsten mechanisiert worden. Die Anwendung der logischen Kalküle und des Plan-Kalküls auf derartige Probleme ist mit gutem Erfolg möglich.

Verschiedene Beispiele wurden bereits weiter oben besprochen. Die Lohnberechnung ist besonders typisch für einen Rechenprozess, der nur zum Teil aus numerischen Rechenoperationen besteht. Die Mechanisierung der übrigen Operationen, wie Einteilung in Lohnklassen, Steuerklassen, Berücksichtigung der Zuschläge entsprechend bestimmter Bedingungen usw. ist bisher nur im Grossbetrieb mit Lochkartenmaschinen möglich. Dabei kann man aber nicht sagen, dass diese Maschinen wirklich selbständig arbeiten, denn die Steuerung der Vorgänge entsprechend den verwickelten Anforderungen muss nach wie vor von Menschen durchgeführt werden. Die Maschine leistet nur die eigentliche Sortierarbeit. In Klein- und Mittelbetreiben lohnt sich aber nicht einmal dieses Verfahren, so dass die Lohnabrechnung bei kompliziert gelagerten Verhältnissen (Zeitlohn, Akkordlohn, Gruppenakkord, gemischt) einen erheblichen Unkostenfaktor im Gesamtbetrieb ausmacht.

Voraussetzung für die völlige Mechanisierung eines solchen Rechenprozesses ist nun zunächst einmal wieder die mathematisch klare Formulierung der auszuzahlenden Summe als Funktion sämtlicher eingehenden Angaben (s.S. 2). Diese eingehenden Angaben müssen auf das Notwendigste beschränkt werden. So müsste eine nach solch einer Vorschrift arbeitende Rechenmaschine anhand der Anwesenheitsmeldung des Arbeiters selbsttätig ermitteln, welche Stunden Normalstunden, welche Überstunden und welche Sonntagsüberstunden sind. Tarife, Steuertabellen usw. stellen Konstanten der Rechenvorschrift dar und können in Speicherwerken konstruktiv festgehalten sein. Anzustreben ist ein Gerät, welches anhand der Anwesenheitsmeldungen und Arbeitszettel die gesamte auszuzahlende Summe, ihre Aufteilung in einzelne Geldscheine und die an die einzelnen Arbeiter zu zahlenden Beträge meldet. Die Formulierung einer solchen Rechenvorschrift, die der Konstruktion des Gerätes zugrunde liegen muss, ist im Plan-Kalkül möglich.

Eine ähnliche Situation besteht bei den meisten anderen Aufgaben. Die Wissenschaft der kaufmännischen Buchführung der Betriebskalkulation usw. ist an sich sehr weitgehend bis in alle Einzelheiten durchgebildet. Als Vorstufe einer gründlichen Mechanisierung ist jedoch zunächst die exakte Formulierung all dieser Vorschriften, Regeln, Bestimmungen, Rechenprozesse usw. im allgemeinen Plan-Kalkül erforderlich. Eine besondere Rolle spielt hierbei der Listen-Kalkül, welcher sich zum Teil an die Mengenlehre der Mathematik anlehnt, nur dass bei Listen die Reihenfolge der Glieder eine wichtige Rolle spielt. Elementarprozesse des Listen-Kalküls sind z.B.:

Feststellung von Eigenschaften der ganzen Liste

Feststellung der Eigenschaften der einzelnen Glieder

Anwendung der Operatoren „alle“ und „es gibt“ auf Listen in Bezug auf bestimmte Prädikate

Ordnen von Listen

Anfertigung von Listen-Auszügen

Zusammenfassen von Listen

Dieser Listen-Kalkül passt sich organisch in den gesamten Kalkül ein. Die angeführten Prozesse sind verhältnismässig leicht mechanisierbar. Siehe hierzu auch die Sonderschrift des Verfassers „Bürokratismus und Rechenmaschine".

G) Anwendung auf konstruktive Probleme.

Fast das gesamte Gebiet der technischen Konstruktion (Bauwesen, Maschinenbau usw.) wird heute durch die Konstruktionszeichnung beherrscht. Diese ist die authentische Unterlage einer jeden Konstruktion und dient zunächst als Bindeglied zwischen verschiedenen an der Konstruktion beteiligten Stellen bis sie schliesslich der Fertigung selbst als Unterlage dient. Diese Methode hat sich so vollständig eingebürgert, dass der Gedanke an eine andere Darstellungsmöglichkeit technischer Konstruktionen von vorneherein als absurd erscheinen mag.

Sieht man jedoch genau hin, so kann man erkennen, dass in vielen Fällen bereits von dem Prinzip, die Konstruktion restlos in Zeichnungen zu offenbaren, abgewichen wird. So werden vielfach Einzelteile nur durch Nummern anhand von Normlisten gekennzeichnet. Auf diese Weise gewinnt die Stückliste eine erhöhte Bedeutung. Bei Teilen mit komplizierten Bohrungen ist es bereits üblich, diese in ihren Koordinaten und Durchmessern in einer Liste zu kennzeichnen. Die beigefügte Zeichnung hat dann nur noch die Bedeutung einer Übersichtszeichnung. Dieses Prinzip, Konstruktionsteile in ihrer Struktur nicht durch Zeichnungen sondern durch Zeichenfolgen (z.B. Listen) darzustellen, lässt sich nun systematisch erweitern. Durch einen logisch strengen Kalkül können ebene Figuren und räumliche Körper in ihrer Struktur eindeutig festgelegt werden. Man geht dabei zunächst am besten so vor, dass ein Punkt einen Körper angehört. Hierzu ist die Beziehung der Struktur des Körpers auf ein Koordinatensystem, im allgemeinen ein kartesisches nötig.

Für ein einfaches Rechteck lautet die Formel dann:

$$(0 \leq x \leq a) \wedge (0 \leq y \leq b)$$

Bild

Diese Formel besagt, dass ein Punkt P mit den Koordinaten x, y der Fläche angehört, wenn obige Bedingung erfüllt ist.

Für einen Kreisring lautet der Ansatz:

$$r_1^2 \leq x^2 + y^2 \leq r_2^2$$

Bild

Der Ansatz für ein Rechtwinkelprofil setzt sich aus den Ansätzen für zwei Rechtecke zusammen:

$$[(0 \leq x \leq a) \wedge (0 \leq y \leq b)] \vee [(0 \leq x \leq d) \wedge (0 \leq y \leq c)]$$

Die beiden Ansätze werden disjunktiv verknüpft. Sie entsprechen überschneidenden Rechtecken:

Bild

Dieses ist auf Grund der Definition der logischen Disjunktion zulässig; denn die Formel besagt „der Punkt P gehört dem Rechteck I, dem Rechteck II oder beiden an". Bei einer Flächenbestimmung darf dann allerdings der beiden Einzelflächen gemeinsame Teil nur einfach gerechnet werden. Es lassen sich auch bestimmte Gebiete aus einem anderen herausschneiden:

Zwei Bilder

$$(0 \leq x \leq a) \wedge (0 \leq y \leq b) \wedge \overline{(c \leq x \leq c+d) \wedge (y \geq b-e)}$$

Hier ist der Körper durch ein Gebiet I und ein Gebiet II gekennzeichnet. I ist ein Rechteck, in dem P liegen muss, und II ist ein einseitig bis ∞ laufender Streifen, in welchem P nicht liegen darf. Ein etwas komplizierteres Beispiel ist folgendes:

Bild

Die Formel hierfür lautet:

$$(x \geq 0) \wedge (y \geq 0) \wedge [(x \leq a \wedge y \leq c) \vee (x \leq d \wedge y \leq b) \vee (x^2+y^2 \leq r_2^2)] \wedge (x^2+y^2 \geq r_1^2)$$

Für räumliche Körper lassen sich entsprechende Ansätze bilden, wobei mit 3 Koordinaten gearbeitet werden muss.

Bild

$$[(-r_2 \leq x \leq a) \wedge (-\frac{b}{2} \leq y \leq +\frac{b}{2}) \wedge (x \leq e-r_2) \wedge (-\frac{f}{2} \leq y \leq +\frac{f}{2}) \wedge (-r_2 \leq z \leq +r_2)$$

$$\wedge [(x \leq 0) \rightarrow (x^2+z^2 \leq r_2^2)] \wedge (x^2+z^2 \geq r_1^2)] \vee [(a \leq x \leq a+c) \wedge (y^2+z^2 \leq \frac{d^2}{4})]$$

Auf den an Zeichnungen gewöhnten Ingenieur werden diese Formeln zunächst abschreckend wirken. Man muss sich aber den Sinn dieser Formeln klar machen. Sie sind nicht dazu da, um von Menschen, sondern von Rechenmaschinen verstanden zu werden. Ist die Struktur eines Körpers einmal in dieser Weise fixiert, so sind alle weiteren Rechenarbeiten, die auf der Form aufbauen, der Mechanisierung zugänglich. Es lassen sich jetzt Rechenpläne aufsetzen, welche auf Grund einer beliebigen derartigen Strukturformel alle weiteren Daten, wie Flächeninhalt, Rauminhalt, Gewicht, Schwerpunkt, Trägheitsmomente, Querschnittswerte für die Festigkeitsrechnung, Gesamtoberfläche usw. bestimmen. Dazu kommt die in der Technik sehr wichtige Zeichnungskontrolle, d.h. die Prüfung daraufhin, ob alle zur Kennzeichnung der Form erforderlichen Angaben vollständig und normgerecht gegeben sind. Hierzu gehört auch die Kontrolle auf eindeutige Vermaßung (s.S. 7). Das Aufsetzen der Strukturformel kann durch logistische Rechengeräte, welche mit Zeichenmaschinen gekoppelt sind, sehr erleichtert werden. Die Geräte lassen sich dabei so bauen, dass sie auch umgekehrt auf Grund einer gegebenen Strukturformel Konstruktionszeichnungen anfertigen können. Die Strukturformeln selbst können dabei noch auf Formen gebracht werden, welche ein leichteres Arbeiten ermöglichen.

Ist es erst einmal gelungen, die Konstruktionszeichnungen durch Strukturformeln zu ersetzen, oder wenigstens weitgehend zu ergänzen, so ist eine einschneidende Umgestaltung der gesamten Betriebskalkulation möglich, ja, es können ganz neue Gebiete der Rechnung erschlossen werden. Zunächst ist die Arbeit all der Büros eines Betriebes weitgehend mechanisierbar, welche heute anhand der Konstruktionszeichnung Daten ermitteln und Dispositionen treffen, also einmal, wie schon erwähnt, die technischen Arbeiten der Zeichnungskontrolle, der Schwerpunktsrechnung und der Masseermittlung, ferner bis zu einem gewissen Grade die Festigkeitsrechnung; darüber hinaus die Arbeiten der Betriebsbüros, wie Materialanforderung, Arbeitsvorbereitung, Vorkalkulation, Aufteilung des Fertigungsvorgangs in Arbeitsprozess, -schritte, -takte usw., dann die Dispositionen über die einzusetzenden Werkzeugmaschinen, die Vorausberechnung der Termins und die Terminkontrolle. Bis zur völligen Erschliessung dieses umfangreichen Gebietes ist es zwar noch ein weiter Weg; aber grundsätzlich ist mit der Strukturformel und dem auf der Logistik aufbauenden Plan-Kalkül die Richtung gegeben, in der man vorangehen muss. Schliesslich sind wohl 90% all der Denkoperationen, die von solchen Betriebsbüros geleistet werden, mehr oder weniger in strenge Regeln zu fassen. All die nüchternen Verwaltungsarbeiten, das Führen von Listen, Einordnen in Gruppen, Kalkulieren von Zeiten, Zusammenstellen der Materialien, ist nicht schöpferische, sondern schematische Denkarbeit. Selbstverständlich werden auch bei weitgehender Mechanisierung dieser Prozesse immer Ausnahmefälle vorkommen, welche das Eingreifen eines umsichtigen und erfahrenen Fachmannes erfordern. Diese Fachleute sind dann aber von aller stumpfsinnigen Rechenarbeit befreit. Von entscheidender Wichtigkeit ist dabei auch die enorme Beschleunigung und Erhöhung der Zuverlässigkeit des gesamten Fertigungsprozesses.

H) Rechenmaschinen-gesteuerte Werkzeugmaschinen.

Ist diese Stufe der Entwicklung erreicht, so kann dazu übergegangen werden, die Fertigung selbst zu automatisieren. Die selbsttätige Werkzeugmaschine ist bis jetzt im wesentlichen nur in der Serienfertigung eingesetzt worden; denn nur bei Fertigung grosser Stückzahlen war es bei der bisherigen Methode lohnend, die umfangreichen technischen Vorbereitungen zu treffen, welche zur automatischen Steuerung einer Werkzeugmaschine oder zum Einsatz einer Spezialmaschine erforderlich sind. Die bei der Fertigung erforderlichen Denkoperationen (Ermittlung der Schnittgeschwindigkeiten, des Vorschubes, Auszahl des Schneidstahles, Bestimmung der Arbeitsbewegungen des Werkstücks, Art der Einspannung usw.) werden heute noch restlos von Menschen erledigt, wobei nur gewisse rechnerische Hilfsmittel, wie Nomogramme, Tabellen und dergl. die Arbeit erleichtern. Gelegentliche Versuche, die „denkende Werkzeugmaschine“ zu schaffen, sind im großen und ganzen in den Anfängen steckengeblieben. Jedenfalls beherrscht heute die alt hergebrachte Methode noch immer das Feld. Dies hat seinen tieferen Grund.

Zunächst möchte ich den Terminus „denkende Werkzeugmaschine“ ersetzen, wobei unter Rechenmaschinen selbstverständlich auch die logistischen Rechenmaschinen verstanden werden. Bisher hat man stets versucht, an das Problem von der konstruktiven Seite her heranzugehen, d.h. die Initiative ging vom Konstruktionsbüro der Werkzeugmaschine aus, und man versuchte im wesentlichen durch Verbesserung der Steuerungsmöglichkeiten zum Ziele zu kommen. Diese Methode ist äusserst kostspielig und man kann mit ihr doch nur begrenzt vorwärtskommen.

Bei der Lösung der Aufgabe müsste man mit der mathematischen Vorbereitung des Problems beginnen. Zunächst muss durch Ersatz der Konstruktionszeichnung durch die Strukturformel der zu fertigende Gegenstand in einer Form gekennzeichnet werden, die von Maschinen verstanden werden kann. Hiernach lassen sich dann die Rechenpläne aufsetzen, welche an Werkzeugmaschinen die nötigen Steuerungsbefehle erteilen. Die Werkzeugmaschine selbst kann dann von einer Reihe von Aufgaben befreit werden, welche die Rechenmaschine übernimmt. Die Organe einer solchen Werkzeugmaschine sind dann im wesentlichen in drei Gruppen zu unterteilen:

a) Die Vorrichtung, um das Werkstück einzuspannen.

b) Die eigentlichen Arbeitsglieder, welche der Fertigung dienen.

c) Messvorrichtungen, welche die Maßhaltigkeit des Werkstückes kontrollieren.

Die Vorrichtungen a) und b) müssen so gebaut sein, dass sie auf Befehl Bewegungen, bzw. Verstellungen ausführen. Die Messvorrichtungen geben umgekehrt Meldung ab. Die Rechenmaschine steht mit allen drei Gruppen in Verbindung und korrigiert z.B. selbsttätig auf Grund der Meldungen von c) die Bewegungen von a).

Auf diese Weise ist es möglich, einen Werkzeugmaschinentyp zu schaffen, der nicht nur für die einmalige Einrichtung für eine bestimmte Serie von Teilen geeignet ist, sondern dessen Einsatz sich bereits bei Fertigung weniger oder gar einzelner Stücke lohnt. Ja, darin liegt sogar ein sehr wichtiger Vorteil dieses Prinzips. Jeder, der einmal mit Entwicklungsarbeiten zu tun gehabt hat, kennt die grossen Schwierigkeiten, die dadurch entstehen, dass die Ideen des Erfinders und Konstrukteurs viel zu langsam durch die Werkstatt in die Wirklichkeit umgesetzt werden können. Gerade bei neuen Entwicklungen, bei denen noch viel probiert und geändert werden muss, ist es aber von entscheidender Bedeutung, die Ideen des Konstrukteurs möglichst schnell zu verwirklichen. Der gewaltige Leerlauf, der bei solch einer Entwicklung heute unvermeidlich ist, kann erheblich eingeschränkt werden, wenn man über eine Werkstatt verfügt, welche gewissermassen unmittelbar auf dem Wege über Rechenmaschinen durch das Konstruktionsbüro gesteuert wird. Der Fertigungsprozess müsste so beschleunigt werden können, dass der Konstrukteur bereits einige Stunden, nachdem er einen Teil konstruiert hat, dieses praktisch erproben kann.

In einer derartig organisierten Werkstatt ist auch die Frage der Vorausberechnung der Termine und Fertigungskosten auf eine ganz neue Basis gestellt. Eine exakte Vorausberechnung aller Fertigungsvorgänge bis in alle Einzelheiten ist durch Rechenmaschinen automatisch durchführbar.

I) Bauwesen.

Was im Abschnitt G) über konstruktive Probleme gesagt wurde, gilt insbesondere für Aufgaben des Bauwesens. Die Arbeit des Architekten und Bauingenieurs besteht neben der eigentlich schöpferischen Entwurfsarbeit aus rein schematischen Denk- und Rechenoperationen. Hat z.B. der Architekt die grundsätzliche Anordnung der einzelnen Räume, Treppenhäuser, Fenster, Türen, Ausgänge, Aufzüge usw. entworfen, so beginnt eine mühselige Kleinarbeit, welche in der Festlegung der Mauerstärken, der genauen Bestimmung der Maße in Bezug auf die Normen der Bausteine, Fensterrahmen, Treppenstufen usw. besteht. Diese Arbeit kann nun wieder weitgehendst von Rechenmaschinen übernommen werden.

Es ist hierzu erforderlich, zunächst die grundsätzliche Anordnung von Räumen, d.h. die Struktur eines Gebäudes in einer ähnlichen Formel festzulegen, wie es bereits im Abschnitt G) erklärt wurde. Es wären dann weiterhin im Plan-Kalkül Operatoren zu entwickeln, welche auf solch eine Strukturformel angewandt, die Maße entsprechend den Normen des Bauwesens festlegen und eine genaue Zeichnung für die praktische Ausführung entwerfen. Hieran können Masseermittlungen und evtl. statische Aufgaben anschliessen.

Auf statische Probleme sei hier etwas näher eingegangen. Die Statik ordnet den einzelnen Konstruktionsgliedern idealisierte Systeme, wie Stabwerke, Rahmenwerke, Schalen usw. zu, welche der Schematisierung bestens zugänglich sind.

Wir betrachten zunächst ebene Stabwerke. Die Elemente dieses Systems sind Knotenpunkte und Stäbe. Die Struktur eines Stabwerkes lässt sich zunächst ganz allgemein durch die Relation „Punkt a ist durch einen Stab mit Punkt b verbunden" darstellen. Beispiel:

Bild

Zugehörige Paarliste:

a		b
1	-	2
2	-	3
1	-	4
4	-	2
2	-	5
5	-	3
5	-	3
4	-	5

Ist das System jedoch lediglich durch diese Relation gekennzeichnet, so sind hiermit auch völlig unregelmässige Stabwerke wie etwa folgende erfasst:

Drei Bilder

Man kann nun die gewünschte Struktur dadurch kennzeichnen, dass man weitere Eigenschaften von Stäben und Relationen einführt, wodurch die Freiheit in der gegenseitigen Lage der Punkte eingeschränkt wird, z.B.

1.) Man schreibt bestimmten Stäben bestimmte Richtungen vor, etwa waagerecht oder senkrecht.

2.) Man legt die Lagen der Punkte zueinander der Richtung nach fest.

3.) Man setzt bestimmte Stablängen in Beziehung zueinander (z.B. einander gleich).

4.) Man legt Symetrieachsen fest, indem Punktepaare als einander symmetrisch zugeordnet bestimmt werden.

Ist ein Stabwerk durch solche Strukturformeln gekennzeichnet, so lässt sich die weitere statische Rechnung darauf aufbauen.

Zunächst lassen sich logisch exakte Kriterien dafür angeben, ob ein System unterbestimmt (labil), bestimmt (fest) oder überbestimmt (statisch unbestimmt) ist. Für die statische Rechnung ist dann noch die Festlegung der Auflager und äusseren Kräfte erforderlich, welche sich schematisch genau so gut darstellen lässt. Für die Auflager werden Typen festgelegt und diesen gestimmte Zeichen zugeordnet (z.B. Punktlager, Gleitlager usw.) So ist nebenstehend gezeigtes statisches System auch ohne Zeichnung wie folgt kennzeichenbar:

Bild

1.) Paarliste „Punkt a ist verbunden mit Punkt b“

a		b	a		b	a		b	a		b	a		b
1	–	2	9	–	10	1	–	9	1	–	10	9	–	16
2	–	3	10	–	11	2	–	10	8	–	11	10	–	16
3	–	4	11	–	12	3	–	11	3	–	12	14	–	17
4	–	5	12	–	13	4	–	12	4	–	13			
5	–	6	13	–	14	5	–	13	5	–	14			
6	–	7	14	–	15	6	–	14	7	–	14			
7	–	8				7	–	15	8	–	15			

2.) Lagebeziehungen von Punkten zueinander. (Wegen Transitivität der Relationen sind z.T. nur Auszüge erforderlich)

a) Paarliste der Relationen „die z-Koordinate von Punkt a ist gleich der von Punkt b“. (Auszug)

a		b	a		b
1	–	2	1	–	6
1	–	3	1	–	7
1	–	4	1	–	8
1	–	5			

b) Paarliste der Relation „ die x-Koordinate von Punkt a ist gleich der von Punkt b“.

a		b	a		b
1	–	9	5	–	13
1	–	16	6	–	14
2	–	10	6	–	17
3	–	11	7	–	15
4	–	12			

c) Paarliste der Relation „Punkt a liegt links von Punkt b“. (Auszug)

a		b	a		b
1	–	2	5	–	6
2	–	3	6	–	7
3	–	4	7	–	8
4	–	5			

d) Paarliste der Relation „ Punkt a liegt oberhalb von Punkt b“ (Auszug)

a		b
1	–	9
9	–	16
14	–	17

e) Listen von Stäben gleicher Länge. (Auszug)

a		b	a		b
1	–	2	5	–	6
2	–	3	6	–	7
3	–	4	7	–	8
4	–	5			

3.) Aufzählung der Punkte, in denen sich Auflager befinden. Die einzelne Angabe zerfällt an sich in mehrere Komponenten nämlich Punkt, Art des Auflagers und Richtung der Auflagerkräfte. In diesem Falle sind aber nur Punktlager vorhanden und es genügt die Aufzählung der Punkte: 16
17

4.) Aufzählung der Kräfte. Die einzelne Angabe zerfällt in drei Komponenten: Punkt, Bezeichnung der Kraft, Richtung der Kraft.

a) Äussere Kräfte:

1	P1	-z
2	P2	-z
3	P3	-z
4	P4	-z
5	P5	-z
6	P6	-z
7	P7	-z
8	P7	-z
1	P9	+x
9	P10	+x

b) Auflagerkräfte:

16	A	+z
16	H	-x
17	B	+z

5.) Aufzählung der Maße, durch die das System in seinen Abmessungen gekennzeichnet ist. Die einzelne Angabe zerfällt in mehrere Komponenten:

a) Bezeichnung des Maßes

b) Richtung des Maßes

c) Punktepaar, dessen Abstand in der betr. Richtung durch das Maß festgelegt ist.

s	x	1 – 2
h1	z	9 – 1
h2	z	16 – 9
h3	z	17 – 14

Durch dies Zusammenstellung ist das System in einer Form gekennzeichnet, die sich für die Bearbeitung durch Rechenmaschinen eignet. Die mathematische Aufgabe bei Vorlage einer solchen Strukturformel besteht nun in folgendem:

1.) Prüfe, ob das System richtig vermaßt und statisch bestimmt ist.

2.) Entwickle die algebraischen Ansätze für die numerische Berechnung der Stabkräfte und Auflagerkräfte, wenn für die Maße und Kräfte Zahlen eingesetzt werden.

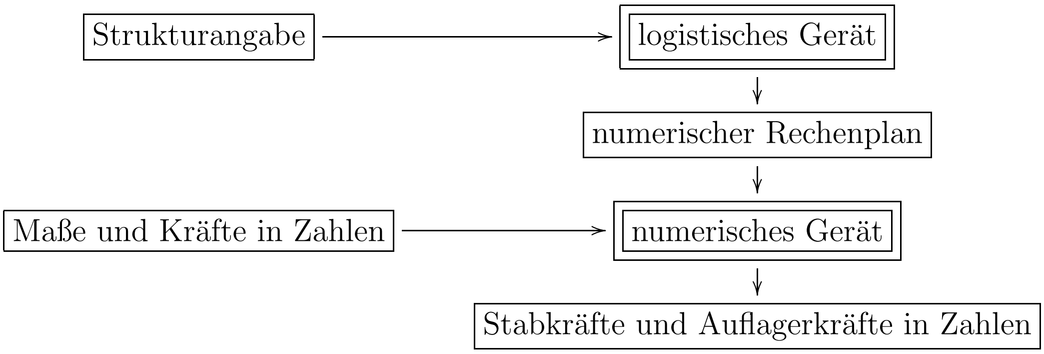
Die Aufgabe des Plan-Kalküls ist also zunächst nicht die numerische Berechnung der Stabkräfte als solcher, sondern ganz allgemein ohne Zahlenrechnung, die Planung der hierzu erforderlichen numerischen Rechnung anhand der Strukturformel. (Planfertigung, vergl. Abschn. C) Die eigentliche numerische Rechnung ist dann Sache numerischer Rechenpläne und hierdurch gesteuerter numerischer Rechengeräte.

Der Unterschied zwischen beiden Prozessen soll in Anlehnung an das obige Beispiel noch einmal klar gelegt werden. Ist durch die Strukturangabe das System gekennzeichnet, so können anhand des zugehörigen numerischen Rechenplans beliebige Maß- und Kräftevariationen durchgerechnet werden:

Bild

Evtl. müssen bestimmte Kräfte gleich Null gesetzt werden. Sobald aber die Struktur des Systems auch nur ein klein wenig geändert wird, oder Kräfte hinzutreten, welche nicht in der ursprünglichen Strukturangabe berücksichtigt sind, muss ein neuer numerischer Rechenplan entwickelt werden. Das Gleiche gilt auch, wenn nicht die Auflagerreaktionen als Funktion der Maße und äusseren Kräfte, sondern gegebenenfalls zulässige Höchstlasten als Funktion gegebener Abmessungen der Stäbe ermittelt werden sollen.

In allen Fällen muss anhand der geänderten Strukturformel durch das logistische Rechengerät ein neuer Ansatz für das numerische Rechengerät entwickelt werden. Wir haben also folgendes Schema der Zusammenarbeit beider Gerätetypen:



Ähnliche Verhältnisse, wie bei Stabwerken liegen bei anderen statischen Systemen z.B. *Rahmenwerken* vor. Bei Rahmenwerken kommen als neue Relationen solche hinzu, die die biegesteife Verbindung zwischen zwei Stäben an einem Knotenpunkt kennzeichnen. Mitunter sind die Stäbe bei Rahmenwerken auch nicht geradlinig. Es ist in jedem Falle möglich, eine rein formale Kennzeichnung solcher Systeme in Form einer Strukturangabe zu entwickeln, welche als Ausgang für die weitere rechnerischen Ermittlungen dienen.

Statisch unbestimmte Systeme stellen ein wichtiges Gebiet der Statik dar, welches sehr viele kombinative Denkarbeit und numerische Rechenarbeit erfordert. Die rein numerische Durchrechnung solcher Aufgaben ist mit Rechenplangesteuerten numerischen Rechengeräten heute bereits voll automatisch möglich. Der Ansatz dieser numerischen Rechnung lässt sich ebenfalls weitgehend, wenn nicht sogar vollständig mechanisieren. Statisch unbestimmte Rechnungen sind organisatorisch bestens durchdacht und das Rechenschema ergibt sich nach strengen Regeln. Die Auswahl der statisch überzähligen Grössen ist zwar heute noch im allgemeinen eine Angelegenheit von Erfahrung, Gefühl und des Probierens. Aber auch dafür lassen sich Regeln aufstellen. (Ein wesentlicher Gesichtspunkt ist z.B. der, dass möglichst viele voneinander unabhängige Systeme entstehen.)

Die konstruktiven Probleme im Bauwesen sind fast alle sehr gut für die Schematisierung geeignet. Liegt bei einer Brücke das System fest und sind die Stabkräfte bestimmt, so ist die nächste Aufgabe die Dimensionierung der Stäbe, Profile, Kontenpunkte usw. All dies erfolgt nach verhältnismässig einfachen geometrischen, statischen und normungstechnischen Gesetzen. Die Dimensionierung eines Knotenpunktes mit Stossflächen, Nietaufteilungen, Knotenblechen usw. ist eine nüchterne, geisttötende und zeitraubende Arbeit. Die dabei notwendige geistig schöpferische Arbeit lässt sich jedenfalls für die weitaus meisten Fälle, in Gesetzen und Regeln vorwegnehmen, sodass im Einzelfall nur die Anwendung dieser Regeln zu erfolgen braucht. Der Konstrukteur sollte nur in den Fällen eingreifen, in denen die Regeln Lücken aufweisen, bzw. die ausserhalb des Rahmens der normalen Fälle liegen.

Das Gleiche gilt für den Eisenbetonbau. Die verwickelten Gesetze bei der Gestaltung der Träger, Säulen, Knotenpunkte und insbesondere die Festlegung der Struktur der Eisenbewehrung ist an sehr komplizierte Gesetze gebunden, die jedoch alle schematisierbar sind. Der Ingenieur sollte auch hier nur die grundsätzlichen Formen festlegen und alle Kleinarbeit der Maschine überlassen.

J) Schaltungstechnik

Auf Seite 4 wurden bereits einige Beispiele für die Anwendung des Aussagen-Kalküls auf Relaisschaltungen gegeben. (Siehe auch die Arbeit des Verfassers: „Ansätze einer Theorie des allgemeinen Rechnens unter besonderer Berücksichtigung des Aussagen-Kalküls und seiner Anwendung auf Relaisschaltungen.“

Es lassen sich Regeln aufstellen, nach denen Relaisschaltungen und aussagenlogische Formeln einander zugeordnet werden können. Damit ist eine Möglichkeit gegeben, Schaltungen mit Strukturformeln darzustellen und so der Bearbeitung durch Rechenmaschinen zugänglich zu machen. Es können zunächst die Forderungen, die an eine Schaltung gestellt werden als logistische Formel angesetzt werden. Es lässt sich dann ein Schema aufstellen, nach welchen die Überführung in eine Schaltung möglich ist. Die so gewonnene Schaltung kann dann noch rechnerisch umgeformt werden, sodass sie bestimmten Bedingungen entspricht (z.B. spezielle Umformung in bezug auf eine bestimmte Relaistechnik).

Schaltungen, welche nicht aus einzelnen Relais aufgebaut sind, lassen sich mit Hilfe des Relationen-Kalküls darstellen. Haben wir z.B. ein Leitungsnetz, in welchem Widerstände liegen, so lässt sich dies durch eine dreigliedrige Relation darstellen: „Pol a ist durch Dazwischenschalten eines Widerstandes (restlicher Satz nicht lesbar) verbunden. Beispiel:

	1 – 2,	R1
	1 – 3,	R2
	2 – 3,	R3
Bild	2 – 4,	R4
	3 – 5,	R5
	4 – 5,	R6
	5 – 6,	R7

Durch die Aufzählung der miteinander verbundenen Punkte und der dazugehörigen Widerstände ist die Struktur des Leitungsnetzes gekennzeichnet. Es können jetzt verschiedene Operationen mit solchen Strukturen durchgeführt werden, z.B. das Ansetzen des Gleichungssystems für die Stromverteilung in einem solchen Netz, wenn die Spannungen zweier Pole gegeben sind.

Eine gute Anwendungsmöglichkeit bietet sich ferner bei der Fertigungsvorbereitung von aus Relais aufgebauten elektrischen Geräten. Sind die Schaltungen in

Strukturformeln gegeben. so ist daraus zunächst die Relaisliste ableitbar, d.h. eine Aufstellung aller benötigten Relais und deren Kontaktbesetzung. Für diese Relais muss nun eine möglichst vorteilhafte Anordnung gefunden werden, so dass möglichst solche nebeneinander liegen, welche stark miteinander verschaltet sind. Ist das Schema der Relaisaufteilung entwickelt, so ergibt sich hieraus und aus der Schaltung der Verdrahtungsplan, welcher aus der Liste der miteinander zu verbindenden Pole besteht. Die zugehörigen Denk- und Rechenoperationen sind schematisierbar, und es erscheint aussichtsreich, eine automatisches Kabelbaumanfertigungsgerät zu bauen, welches durch Rechenmaschinen gesteuert wird.

K) Schachspiel

Wenn auch das Schachspiel für die Welt des Ingenieurs und des Kaufmanns keine praktische Bedeutung hat, so ist es doch ein ausgezeichnetes Schulbeispiel zur Anwendung der logistischen Formeln und der Entwicklung des allgemeinen Plan-Kalküls. Der Verfasser hat die wichtigsten Regeln dieses Kalküls im Zusammenhang mit der Formalisierung der Gesetzte des Schachspiels entworfen. Der Grund, warum diese Materie hierfür so besonders geeignet ist, liegt darin, dass auf einem eng begrenzten Feld eine Fülle von Kombinationen nach eindeutigen Regeln möglich sind. Der Anteil des numerischen Rechnens an den gesamten Rechenprozessen ist beim Schachspiel praktisch bedeutungslos. Wir haben es also mit Denkoperationen zu tun, welche ausschliesslich in der Kombination von Bedingungen, Situationen, Positionen usw. bestehen. Ferner fehlen beim Schachspiel spekulative Denkoperationen, welche der Rechnung nicht zugänglich sind, sodass tatsächlich alle Zusammenhänge logisch formuliert sind. Dementsprechend hält es der Verfasser für richtig, den Schach-Kalkül zur pädagogischen Einführung weiterhin zu pflegen. Es geht dabei also weniger darum, eines Tages Schach spielende Rechenmaschinen zu bauen, als vielmehr darum, an einer hervorragend geeigneten Materie auf kleinem Raum die Fülle der verschiedenen Möglichkeiten eines Kombination Denkens und seiner formalen Darstellung zu veranschaulichen. Der Kalkül ist vom Verfasser bisher etwa bis zur automatischen Spielkontrolle entwickelt worden, d.h. es ist zunächst ein Formalismus geschaffen, welcher anhand einer durch die Aufzählung der Züge gegebenen Partie das Kriterium „entspricht den Spielregeln“, bildet. Der formale Aufwand selbst für dieses einfache Problem ist schon recht erheblich. Es könnten hieran Rechenpläne anschliessen., welche die Lösung einfacher Schachaufgaben, wie etwa Zwei- und Drei-Zugaufgaben ermöglichen. Auch lassen sich für gewisse Endspiele streng mathematische Regeln angeben. Man hat schon oft davon gesprochen, dass solche Endspiele mit mathematischer Präzision ablaufen; aber erst mit Hilfe des Plan-Kalküls ist es wirklich möglich, diese Gesetze zu formulieren.

Erst in sehr weiter Ferne erscheint dann das Problem, einen Formalismus zu finden, auf Grund dessen eine logistische Rechenmaschine Schach zu spielen, in der Lage wäre. Grundsätzlich ist diese Möglichkeit durchaus gegeben. Allerdings wären vorerst wichtigere Aufgaben zu lösen.

Der Schach-Kalkül baut zunächst auf der formalen Erfassung der Geometrie des Schachbrettes auf. Dieses besteht aus Feldern, welche miteinander in Beziehung stehen. Führt man Koordinaten x und y ein, so hat die Geometrie des Schachbrettes eine Ebene mit 64 diskreten Punkten zum Objekt. Die geometrischen Beziehungen wie „die drei Punkte a, b, c liegen auf einer Geraden", „a liegt rechts von b" usw. sind daher besonders einfach formulierbar.

Bild

Die Beziehung dafür, dass zwei Felder in „Springer-Relation" stehen, ist z.B. folgende[1]:

$$[(|\Delta x| = 1) \wedge (|\Delta y| = 2)] \vee [(|\Delta x| = 2) \wedge (|\Delta y| = 1)]$$

Auf den geometrischen Lagebeziehungen der einzelnen Felder zueinander bauen die Setz- und Schlagbeziehungen der einzelnen Steine auf. Zur Formulierung der Schachsituation bewährt sich am besten die Aufzählung der Felder und ihrer Besetzung. Dazu kommen gewisse Angaben über noch mögliche Rochaden und die Angaben, ob Schwarz oder Weiss am Zuge ist. Für solche Situationen lassen sich eine Reihe von Eigenschaften entwickeln, wie z.B. „der weisse König steht im Schach", „schachmatt" usw. Zur Formalisierung solcher Prädikate sind zunächst eine Reihe einfacherer Beziehungen zu bilden, wie z.B.: „Stein a steht zwischen dem weissen König und Stein b". „Es gibt einen schwarzen Stein, der den weissen König angreift." Es ist einleuchtend, dass sich hierzu der Prädikaten-Kalkül mit den „All"- und „Existenz"-Operatoren hervorragend eignet (vergl. S. 6).

L) Linguistische Probleme

Zum Schluss sei noch ein Gebiet gestreift, dessen Erschliessung zwar noch in weiter Ferne liegt, welches aber noch von grösstem Interesse ist. Gemeint ist die Erfassung der verschiedenen menschlichen Umgangssprachen durch die angewandte Logistik.

Es sind bereits verschiedentlich Versuche unternommen worden, eine „logische Syntax der Sprache" aufzustellen, ohne dass dies bisher wesentlichen Erfolg gehabt hätte. Der Grund liegt darin, dass die menschliche Sprache sehr kompliziert

[1]Anmerkung: Hierbei bedeuten Δx bezw. Δy Differenzen der x- bezw. y-Koordinaten der beiden Felder

aufgebaut ist, und sich entscheidend von allen logischen Formelsprachen unterscheidet. Der Vorzug aller Wortsprachen liegt in den mannigfaltigen Möglichkeiten, schwierige Zusammenhänge flüssig darzustellen, während dagegen die logisch mathematische Sprache mehr den Vorzug der Klarheit und Eindeutigkeit aufweist. Aus diesem Grunde ist die Entwicklung der logischen Formalismen heute auch noch nicht zu einer Vollendung gebracht, dass es beispielsweise allgemein möglich wäre, einen in der Wortsprache gegebenen Zusammenhang in einen logischen Formalismus zu überführen und umgekehrt.

Es müsste jedoch angestrebt werden, zunächst eine Art technische und wirtschaftliche Fachsprache zu schaffen, welche ein Bindeglied zwischen den verschiedenen Wortsprachen und den logischen Formalismen darstellt. Sie müsste die Exaktheit der Logik mit der Flüssigkeit der Wortsprache vereinen. Ihr Anwendungsbereich müsste sich auf eine abgegrenzte Materie beschränken, in der sämtliche Begriffe einen eindeutig definierten Inhalt haben. Die erwähnten Strukturformeln für technische Gegenstände und Systeme stellen bereits einen Schritt in dieser Richtung dar. Nach Erreichen eines solchen Zieles könnten Mathematiker, Wissenschaftler, Ingenieure, Betriebswirtschaftler, Kaufleute, Verwaltungsfachleute usw. ihre Probleme und Aufgaben in dieser Sprache formulieren und sich auf diese Weise direkt mit den logistischen Rechenmaschinen verständigen, welche so hoch gezüchtet werden müssten, dass sie diese Sprache ebenfalls verstehen.

Als weiteres Ziel scheint das Problem, einen Text von einer Wortsprache in eine andere zu übersetzen. Die grammatikalische Seite dieses Problems wäre noch verhältnismässig leicht logisch erfassbar. Die Hauptschwierigkeit liegt jedoch in der Klarstellung des Bedeutungsbereichs der einzelnen Vokabeln. Die logistische Rechenmaschine, welche die Aufgabe zu lösen im Stande wäre, müsste dem menschlichen Sprachhirn weitgehend nachgebildet sein, ja, sie müsste es sogar an Kapazität übertreffen. Es müssten die Inhalte ganzer Lexika mit allen Variationen der Wortbedeutung in Speicherwerken fixiert werden. Es ist klar, dass dies eine ungeheure Vorbereitungsarbeit erfordert. Andererseits muss man bedenken, um was für wichtige Probleme es hierbei geht. Da die Beziehungen zwischen den einzelnen Völkern des Erdballs immer enger werden, nimmt auch der Arbeitsaufwand, welcher der Übersetzung von einer Sprache in die andere dient, immer mehr zu. Es ist dabei allgemein bekannt, dass es kaum möglich ist, einwandfreies Übersetzungen für spezielle Fachgebiete zu erhalten. Es wäre für jedes Fachgebiet ein eigener Dolmetscher erforderlich, der die betr. Materie in beiden Sprachen beherrscht. Die Verzögerungen und Kosten, die durch diese Schwierigkeit entstehen, sind sehr beträchtlich. Angesichts der Tatsache, dass nur in den wichtigsten Kulturländern wahrscheinlich mindestens Zehntausende, wenn nicht Hunderttausende dauernd mit solchen Arbeiten beschäftigt sind, erscheint ein hoher Einsatz lohnend. Ein kleiner Bruchteil dieses Aufwands würde genügen, um es einem linguistischen Forschungsinstitut zu ermöglichen, in mehrjähriger Arbeit das Problem theoretisch so vorzubereiten, daß der Einsatz von logistischen

Rechengeräten für diesen Zweck zu gegebener Zeit in Erwägung gezogen werden kann.

III. Schluss

Der hier gegebene kurze Überblick über die Anwendungsmöglichkeiten des Plan-Kalküls genügt, um die grosse praktische Bedeutung der in Angriff genommenen Entwicklung anzudeuten. Besonders wichtig für die praktische Lösung der gestellten Aufgaben ist dabei folgendes: Die mathematisch-theoretische Entwicklung kann unabhängig von der konstruktiven Entwicklung der Geräte durchgeführt werden. Mit dem allgemeinen Plan-Kalkül ist ein neutrales Mittelglied zwischen dem Mathematiker und dem Konstrukteur geschaffen, welches die dauernde Fühlungnahme beider Arbeitsgebiete erübrigt. Der Mathematiker hat die Aufgabe, sämtliche Probleme im Plan-Kalkül zu formulieren, der Konstrukteur hat die Aufgabe, Rechengeräte zu bauen, welche grundsätzlich sämtliche im Plan-Kalkül dargestellten Formeln lösen können.

Die hier vorgeschlagene Entwicklung geht in theoretischer Hinsicht weit über das hinaus, was selbst von grossen Rechenmaschinen-Firmen geleistet werden kann. So wie die chemische Grossindustrie einen wesentlichen Teil ihres Aufschwungs den theoretischen Vorarbeiten einzelner wissenschaftlicher Institut verdankt, so muss auch die Rechenmaschinenindustrie dahin kommen, in enger Zusammenarbeit mit wissenschaftlichen Instituten neue umwälzende Wege in der Erweiterung der Hilfsmittel des menschlichen Geistes zu gehen. Bedenkt man, welch grosser Anteil an der gesamten Verwaltungs-, Konstruktions- und Produktionsarbeit in Betrieben und Behörden reine schematische Rechenarbeit ist, so ist es klar, dass es sich auch von Standpunkt der Rentabilität um äusserst lohnende Objekte handelt, die einen wirklich grosszügigen Einsatz aller verfügbaren Kräfte lohnen.

A Anlage

1.) Beschreibung des im Bau befindlichen algebraischen Rechengerätes (V_4).

2.) Rechenplan für die Auflösung der Küssnerschen Determinante.

Da nachfolgende beschriebene Gerät stellt eine algebraische Rechenmaschine dar, welche nach dem im Kapitel 1, Abschnitt C angegebenen Prinzip arbeitet. Das Gerät bestimmt selbsttätig das Resultat längerer Rechenabläufe der Zahlenrechnung, deren Glieder untereinander durch die Zeichen $+, -, x, :, \sqrt{\ }$ verknüpft sind. Die auftretenden Funktionen können beliebig aufgebaut und von beliebigem Umfang sein, sofern die zu errechnenden Resultatwerte explizit gegeben sind.

Als Beispiel eines Rechenplanes wird die Auflösung der Küssnerschen Determinante gegeben, die bei der rechnerischen Behandlung des Flatterproblems des ebenen Flügels von großer Bedeutung ist.