



Title: Die Rechenmaschine des Ingenieurs -
Mathematische Probleme
Author(s): Konrad Zuse
Date: 1938
Published by: Konrad Zuse Internet Archive
Source: Document - ZIA ID: 0236

The Konrad Zuse Internet Archive preserves and offers free access to the digitized original documents of Konrad Zuse's private papers and to other related sources.

The Konrad Zuse Internet Archive is a nonprofit service that helps scholars, researchers, students and other interested parties discover, use and build upon a wide range of content in a digital archive. For more information about the Konrad Zuse Internet Archive, please contact zusearchive@zib.de.

Your use of the Konrad Zuse Internet Archive indicates your acceptance of the Terms & Conditions of Use (<http://zuse.zib.de/tou>) including the following license agreement. If you do not accept the Terms & Conditions of Use you are not permitted to use the material.

This work by Konrad Zuse Internet Archive is licensed under a
Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Unported License
(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/>).
Based on a work at <http://zuse.zib.de>



Attribution (BY) - You must attribute the work in the manner specified by the author or licensor (but not in any way that suggests that they endorse you or your use of the work). Attribute with "Konrad Zuse Internet Archive (<http://zuse.zib.de>)".

Noncommercial (NC) - You may not use this work for commercial purposes.

Share Alike (SA) - If you alter, transform, or build upon this work, you may distribute the resulting work only under the same or similar license to this one.

The usage of this document requires the consideration of possible third party copyrights, and might necessitate obtaining the consent of the copyright holder. The Konrad Zuse Internet Archive assumes no liability with respect to the rights of third parties. The Konrad Zuse Internet Archive is not responsible for the claims of any third party resulting from any infringement of copyright laws.

Die Rechenmaschine des Ingenieurs Mathematische Probleme*

Konrad Zuse

Mai 1938

*ZuP 009/003. Version 1, ein Teil des Originals fehlt. Durchgesehen von R. Rojas, L. Scharf

Inhaltsverzeichnis

I	Einleitung	3
II	Der mathematische Aufbau des Sekundal - Systems	5
III	Das Rechnen im Sekundalsystem	8
	Addition	8
	Subtraktion	9
	Multiplikation	9
	Division	10
	Quadratwurzelziehen	11
IV	Das Übersetzungsproblem	12
V	Die Genauigkeit	18
VI	Die halblogarithmische Form	20
VII	Das Rechnen in halblogarithmsicher Form	22
	Addition und Subtraktion	22
	Multiplikation	24
	Division	25
	Wurzelziehen	25
VIII	Das Nullproblem	25
IX	Das Vorzeichen	26
X	Die Anwendung des Sekundalsystems auf nichthomogene Zahlensysteme	27

I Einleitung

Die hier vorgeschlagene Maschine würde bei der Anwendung der bisherigen Methoden so kompliziert werden, daß ihre Herstellung zu teuer käme. Das ist wohl der Grund, weshalb man bisher solche Versuche unterlassen hat.

Es ist bisher für selbstverständlich gehalten worden, daß Rechenmaschinen nach dem Dezimalsystem arbeiten müssen. Das Dezimalsystem hat sich derart tief in unserem Denken festgesetzt, daß wir geneigt sind, es für „das“ Zahlensystem überhaupt zu halten. Hat man Maschinen, die lange technische Rechnungen automatisch ausführen, bei denen der Bedienende die einzelnen Zahlen der Zwischenrechnung gar nicht zu Gesicht bekommt, so ist die Art des benutzten Zahlensystems von untergeordneter Bedeutung. Ist das Dezimalsystem unpraktisch, so kann man ein geeigneteres wählen, vorausgesetzt, daß es keine Schwierigkeiten macht, die Anfangs- und Endwerte der Rechnung ins Dezimalsystem zu übersetzen.

Wir brauchen also das für die Maschine am besten geeignete Zahlensystem.

Beim Dezimalsystem ergibt sich der Wert einer Zahl aus einer Summe von Potenzen von 10.

$$\begin{array}{rclcl} 534,43 & = & 5 \cdot 10^2 & = & 500,00 \\ & + & 3 \cdot 10^1 & = & 30,00 \\ & + & 4 \cdot 10^0 & = & 4,00 \\ & + & 4 \cdot 10^{-1} & = & 0,40 \\ & + & 3 \cdot 10^{-2} & = & 0,03 \\ & & & & \hline & & & & 534,43 \end{array}$$

Dieses Verfahren läßt sich auch auf andere Grundzahlen anwenden. Leonardo da Vinci benutzte z.B. das Duodezimalsystem mit der Grundzahl 12. Daß dieses System praktischer ist, haben die Mathematiker längst erkannt. Es sind auch Systeme mit der Basis 8 oder 16 vorgeschlagen worden; der Vorteil des 12-Systems besteht in einer leichten Teilbarkeit durch 2, 3, 4, 6, wohingegen sich Zahlen der Systeme mit der Basis 8 oder 16 fortlaufend leicht durch 2 teilen lassen.

Von diesen Vorstellungen muß man sich aber ganz freimachen, wenn man das für die Maschine beste Zahlensystem finden will. Für die Maschine kommt es nicht darauf an, Rechnungen „im Kopf“ ausführen zu können, oder Zahlen „leicht überblicken“ zu können. Was das maschinelle Rechnen vom menschlichen Rechnen unterscheidet, ist, daß die Maschine gleichzeitig eine große Zahl von Einzeloperationen parallel ausführen kann.

Vergleicht man z.B. die Systeme der Basis 8 und 16, so gilt folgendes:

- Das 8-System braucht die Ziffern 0 – 7
- Das 16-System braucht die Ziffern 0 – 15

Das System mit der höheren Basis hat höhere Ziffern, aber eine kleinere Stellenzahl, um dieselbe Genauigkeit zu erreichen. z.B. ergeben sich für die Zahl 1024 folgende Schreibweisen:

$$\begin{aligned}\text{Dez.-System: } & 1024 \\ \text{8-System: } & 2000 = 2 \cdot 8^3 = 2 \cdot 512 = 1024 \\ \text{16-System: } & 400 = 4 \cdot 16^2 = 4 \cdot 256 = 1024\end{aligned}$$

Für das Auge ist das System mit der kleineren Stellenzahl übersichtlicher.

Die Höhe der Ziffern hat eine große Bedeutung bei der Multiplikation, da hier immer die Einzelprodukte der Ziffern gebildet werden müssen.

$$\begin{aligned}28 \cdot 37 \text{ (Dez.-System)} &= 20 \cdot 30 + 8 \cdot 30 + 20 \cdot 7 + 8 \cdot 7 \\ &= 2 \cdot 3 \cdot 100 + 8 \cdot 3 \cdot 10 + 2 \cdot 7 \cdot 10 + 8 \cdot 7\end{aligned}$$

Die Zahl der möglichen Ziffernprodukte ist beim

$$\begin{aligned}\text{Dez.-System } & \frac{10 \cdot 10}{2} = 50 \\ \text{8er System } & \frac{8 \cdot 8}{2} = 32 \\ \text{16er System } & \frac{16 \cdot 16}{2} = 128\end{aligned}$$

Beim System mit der kleineren Basis sind also zwar auf Grund der höheren Stellenzahl mehr Einzelmultiplikationen auszuführen, dafür sind diese aber in sich einfacher, da die Ziffernwerte kleiner sind. Das ist für die Maschine wesentlich, denn sie ist im Gegensatz zum Menschen besser imstande, viele einfache Operationen auszuführen, als wenig komplizierte.

Das System mit der kleinstmöglichen Basis ist für die Maschine am besten geeignet.

Die kleinstmögliche ganzzahlige Basis ist 2.

Dieses System sei als „Sekundalsystem“ (analog „Dezimalsystem“) bezeichnet. Mathematisch ist es zuerst von Leibniz erkannt worden.

Für das 2er System gibt es nur die Ziffern 0 und 1.

Die Zahl 1024 (Dezimal-System) wird geschrieben: $100\,0000\,0000 = 1 \cdot 2^{10}$.

Was für das Auge kompliziert ist, ist für die Maschine einfach.

Da es nur die Ziffern 0 und 1 gibt, sind fast sämtliche Maschinenteile einfacher. Man braucht keine Ziffernräder mit den Ziffern 0 – 9, sondern hierfür genügen die einfachsten Maschinenelemente, die nur 2 Stellungen zulassen. (Mechanische oder elektrische Relais.) Bei elektrischen Maschinen braucht man an vielen Stellen nicht 10, sondern nur einen Magneten.

Bei der Addition kann die Höhe der Einzelsummen im Höchstfalle $1 + 1 = 2$ betragen, im Gegensatz zum Dezimalsystem, wo die Höhe $9 + 9 = 18$ erreicht wird.

Die Übertragung auf die höhere Stelle (im Dez.-System als Zehnerübertragung

bezeichnet) ist zwar öfter erforderlich, bietet jedoch keine konstruktiven Schwierigkeiten.

Bei der Multiplikation können die Ziffern nur die Teilprodukte

$$\begin{array}{rcl} 0 \cdot 0 & = & 0 \\ 0 \cdot 1 & = & 0 \\ 1 \cdot 0 & = & 0 \\ 1 \cdot 1 & = & 1 \end{array}$$

also 0 und 1 ergeben, im Gegensatz zu 50 Möglichkeiten beim Dez.-System (vergl. S. 4).

Das Problem „Wiederholte Addition“ oder „Einmaleinskörper“, welches bei Dez.-Maschinen immer wieder auftaucht, besteht hier also nicht.

Bei der maschinellen Festhaltung oder Schreibweise der Zahlen wirkt es sich ebenfalls günstig aus, daß es nur 2 Möglichkeiten für jede Ziffer gibt. Beim Darstellen in Lochkartenform braucht man beim Dez.-System für jede Stelle 10 Felder, beim Sek.-System nur eine. Das ergibt eine Platzersparnis, die auch durch die höhere Stellenzahl des Sek.-Systems nicht rückgängig gemacht wird.

Um eine 6-stellige Zahl im Dez.-System darzustellen, braucht man $6 \cdot 10 = 60$ Felder. Im Sek.-System benötigt man 16 bis 20 Stellen, für jede Stelle aber nur ein Feld, also weniger als $\frac{1}{3}$ der Felderzahl.

Das wirkt sich nicht nur in Papierersparnis aus, sondern noch mehr in der Konstruktion der bei dieser Maschine sehr wichtigen Speicherwerke, die aus wesentlich einfacheren Elementen hergestellt werden können als bisher (keine Ziffernräder mit Zahnrädern usw.). Erst so werden Massenspeicherwerke möglich.

Die Ausführung von *logarithmischen Rechnungen*, die auf der *ziffernmäßigen* Umrechnung der Zahlen in Logarithmen beruht, ist bisher bei Rechenmaschinen wohl kaum ins Auge gefaßt worden.

Zum Potenzieren mit gebrochenen Exponenten wird die log. Rechnung unbedingt gebraucht.

Das Sek.-System ermöglicht auch hier die Lösung der Aufgabe. Man braucht nämlich nur die Logarithmen von 1 bis 2 anstatt von 1 bis 10, selbstverständlich in Bezug auf die Basis 2.

II Der mathematische Aufbau des Sekundal - Systems

Im Sekundal-System bauen sich die Zahlen aus Potenzen von 2 auf. Um Verwechslungen zu vermeiden, sei im Folgenden die Ziffer L umgekehrt geschrieben,

wenn sie zu einer Sekundalzahl gehört. Es bedeutet also:

$$\begin{array}{rcl}
 & \text{L0LL0L} & \\
 = & 2^0 \cdot 1 = & 1 \\
 += & 2^1 \cdot 0 = & 0 \\
 += & 2^2 \cdot 1 = & 4 \\
 += & 2^3 \cdot 1 = & 8 \\
 += & 2^4 \cdot 0 = & 0 \\
 += & 2^5 \cdot 1 = & 32 \\
 & \hline
 & & 45
 \end{array}$$

In folgender Tabelle sind die Sekundalzahlen aufgestellt, die den Zahlen 1 – 9, (1 – 9) · 10 und (1 – 9) · 100 entsprechen.

1		L
2		L0
3		LL
4		L00
5		L0L
6		LL0
7		LLL
8		L000
9		L00L
10		L0L0
20	L	0L00
30	L	LLL0
40	L0	L000
50	LL	00L0
60	LL	LL00
70	L00	0LL0
80	L0L	0000
90	L0L	L0L0
100	LL0	0L00
200	LL00	L000
300	L 00L0	LL00
400	L L00L	0000
500	L LLLL	0L00
600	L0 0L0L	L000
700	L0 L0LL	LL00
800	LL 00L0	0000
900	LL L000	0L00
1 000	LL LLL0	L000

Nach dieser Tabelle lassen sich die Dezimalzahlen 1 – 1000 ins Sekundalsystem übersetzen. Man muß hierbei die Sekundal-Äquivalente der Einer, Zehner und Hunderter addieren. Beim Addieren im Sekundalsystem muß man beachten, daß $L + L = L0$ ist, also die Ziffer der betreffenden Stelle Null wird und eine Eins auf die höhere Stelle übertragen wird.

Beispiel: $37 =$

$$\begin{array}{r}
 7 \quad \quad \quad LLL \\
 + 30 \quad \quad LLLL0 \\
 \hline
 L00L0L \\
 \text{Probe:} \quad L00000 = 32 \\
 \quad \quad + \quad L00 = + 4 \\
 \quad \quad + \quad L = + 1 \\
 \quad \quad \quad \hline
 \quad \quad \quad 37
 \end{array}$$

 $271 =$

$$\begin{array}{r}
 1 \quad \quad \quad L \\
 + 70 \quad L000LL00 \\
 + 200 \quad LL00L000 \\
 \hline
 L0000LLLL \\
 \text{Probe:} \quad L00000000 = 256 \\
 \quad \quad + \quad L000 = + 8 \\
 \quad \quad + \quad L00 = + 4 \\
 \quad \quad + \quad L0 = + 2 \\
 \quad \quad + \quad L = + 1 \\
 \quad \quad \quad \hline
 \quad \quad \quad 271
 \end{array}$$

Entsprechend lassen sich Sekundalbrüche bilden. Die Ziffern hinter dem Komma bedeuten dann die Reihe $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8} \dots$

Beispiel: $0,L0L$

$$\begin{array}{r}
 = \quad 0,L \quad = \quad 0,5 \\
 \quad + \quad 0,00L \quad + \quad 0,125 \\
 \quad \quad \quad \hline
 \quad \quad \quad 0,625
 \end{array}$$

Das Sekundaläquivalent für $\frac{1}{10}$ ergibt einen unendlichen Sekundalbruch mit der Periode $\overline{00LL} \dots$

$$0,1 = 0,000LL00LL00LL \dots$$

Daraus läßt sich die Tabelle der Werte $(1 - 9) \cdot (0,1)$ ableiten.

$$\begin{array}{rcl}
 0,1 & = & 0,000\overline{LL} \dots \\
 0,2 & = & 2 \cdot 0,1 = 0,00\overline{LL} \dots \\
 0,3 & = & 0,1 \quad 0,000LL00LL00LL \dots \\
 & + & 0,2 \quad + \quad 0,00LL00LL \dots \\
 & & \hline
 & & 0,0L00LL00LL00L \dots \\
 & & = 0,0L\overline{00LL} \dots \\
 0,4 & = & 2 \cdot 0,2 = 0,0LL\overline{00LL} \dots \\
 0,5 & = & 0,L
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
0,6 & = & 2 \cdot 0,3 = 0,\overline{L00LL} \dots \\
0,7 & = & 0,5 \quad 0,\overline{L} \\
& + & 0,2 \quad + \quad 0,\overline{00LL} \dots \\
& & \hline
& & 0,\overline{L0LL0} \dots \\
0,8 & = & 2 \cdot 0,4 = 0,\overline{LL00} \dots \\
0,9 & = & 0,5 \quad 0,\overline{L} \\
& + & 0,4 \quad + \quad 0,\overline{0LL00} \dots \\
& & \hline
& & 0,\overline{LLL00} \dots
\end{array}$$

Zusammenstellung

$$\begin{array}{rcl}
0,1 & = & 0,\overline{000LL} \dots \\
0,2 & = & 0,\overline{00LL} \dots \\
0,3 & = & 0,\overline{0L00LL} \dots \\
0,4 & = & 0,\overline{0LL0} \dots \\
0,5 & = & 0,\overline{L} \\
0,6 & = & 0,\overline{L00LL} \dots \\
0,7 & = & 0,\overline{L0LL0} \dots \\
0,8 & = & 0,\overline{LL00} \dots \\
0,9 & = & 0,\overline{LLL00} \dots
\end{array}$$

Die Sekundalbrüche für die Zahlen $(1 - 9) \cdot \frac{1}{100}$ sind in ihrer Periodizität schwerer erkennbar.

Die Brüche seien hier der Vollständigkeit halber auf 19 Sekundärstellen angeführt:

$$\begin{array}{rcl}
0,01 & = & 0,000000L0L000LLLL0LL \\
0,02 & = & 0,000000L0L000LLLL0L0L \\
0,03 & = & 0,000000LLLL0L0LLL0000 \\
0,04 & = & 0,0000L0L000LLLL0L0LL \\
0,05 & = & 0,0000LL00LL00LL00LL0 \\
0,06 & = & 0,0000LLLL0L0LLL0000L \\
0,07 & = & 0,000L0L000LL0L0LLL00 \\
0,08 & = & 0,000L0L000LLLL0L0LLL \\
0,09 & = & 0,000L0LLL0000L00000L
\end{array}$$

III Das Rechnen im Sekundalsystem

Addition

Das Rechnen im Sekundalsystem geschieht analog dem Rechnen im Dezimalsystem. Die Addition wurde bereits besprochen.

$$\begin{array}{rcl}
\text{Beispiel:} & 53 & LL0L0L \\
& + 29 & LLL0L \\
\hline
& 82 & L0L00L0
\end{array}$$

Subtraktion

Die Subtraktion ist entsprechend.

$$\begin{array}{r} \text{Beispiel:} \quad 82 \quad \text{L0L00L0} \\ - 29 \quad \text{LLL0L} \\ \hline 53 \quad \text{LL0L0L} \end{array}$$

Die Subtraktion kann auch durch Addition des Supplements erfolgen. (Vergl. Rechenmaschinen im Dez.-System.) Das Supplement wird durch Umkehrung der Ziffern ($0 \rightarrow L$, $L \rightarrow 0$) gebildet. Das gilt für sämtliche Ziffern, auch die nicht geschriebenen.

$$\begin{array}{rclcl} \text{Beispiel:} & + & 11 & = & \text{L0LL} & = & 000\text{L0LL},000 \\ & - & 11 & = & & & \text{LLL0L00,LLL} \\ & & & & & = & \text{LL0L0L,0000} \end{array}$$

Bei ganzen Zahlen ergeben die Stellen hinter dem Komma aufgerechnet die „fliegende Eins“. Kehrt man also nur die geschriebenen Ziffern um, so muß in der letzten Stelle L addiert werden.

Beispiel für Subtraktion durch Addition des Supplements:

$$\begin{array}{rcl} + & 29 & = \quad \text{LLL0L} \\ \\ - & 29 & = \quad \text{LL000L0} \\ & & \quad + \text{L} \\ & & \hline & & \text{LL000LL} \\ \\ + & 82 & \quad \text{L0L00L0} \\ - & 29 & \quad \text{LL000LL} \\ + & 53 & \hline & \text{00LL0L0L} \end{array}$$

Multiplikation

Die Multiplikation erfolgt durch wiederholte Addition entsprechend dem Dezimalsystem. Das kleine Ein \times Eins bedeutet hier:

$$\begin{array}{rcl} 0 \cdot 0 & = & 0 \\ 0 \cdot L & = & 0 \\ L \cdot 0 & = & 0 \\ L \cdot L & = & L \end{array}$$

Es gibt auch hier nur die Möglichkeiten 0 und L. Entsprechend kommt in jeder Stelle des Multiplikators nur eine Addition in Frage.

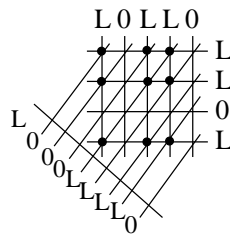
Beispiel: $22 \cdot 13 = 286$
 $22 = L0LL0$ ($16 + 4 + 2$)
 $13 = LL0L$ ($8 + 4 + 1$)

$$\begin{array}{r}
 L0LL0 \\
 L0LL000 \\
 L0LL0000 \\
 \hline
 L000LLLL0
 \end{array} = (256 + 16 + 8 + 4 + 2)$$

Man kann die Zahlen auch rasterförmig anordnen.

	L0LL0
L	L0LL0
L	L0LL0
0	00000
L	L0LL0
L	000LLLL0

oder



Bei letzterer Methode bildet man ein Linienraster, wobei die senkrechten Linien dem einen Faktor und die waagerechten Linien dem anderen Faktor zugeordnet sind. Die Linien werden bei der Ziffer L stark ausgezogen. Die Kreuzungspunkte zweier starker Linien ($L \cdot L = L$) werden durch Punkte gekennzeichnet. Die Addition erfolgt jetzt unter 45° von rechts oben nach links unten.

Division

Die Division erfolgt durch wiederholte Subtraktion entsprechend dem Dezimalsystem, wobei auch hier für jede Stelle nur ein Spiel in Frage kommt.

Beispiel:

$$286 : 13 = 22$$

$$\begin{array}{r}
L000LLLL0 \quad : \quad LL0L = L0LL0 \\
\underline{.LL0L} \\
00L00LL \\
\underline{.LL0L} \\
00LL0L \\
\underline{LL0L} \\
00000 \\
L,0 \quad : \quad L0L0 \quad \overset{1:10}{=} \quad 0,000\overline{LL00} \dots \\
\underline{.L0L0} \\
00LL \\
\underline{L0L0} \\
00L0 \\
\underline{L0L0} \\
\dots
\end{array}$$

Quadratwurzelziehen

Das Wurzelziehen geschieht nach dem Verfahren der quadratischen Ergänzung, das bekanntlich große Ähnlichkeit mit der Division hat.

Mit der Formel:

$$y = (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

ist es möglich, das Resultat ziffernweise aufzubauen. a ist der bereits bis zur n . Stelle gebildete, b der noch zu findende Teil des Resultats. Die Ziffer z_{n+1} muß also kleiner oder gleich b sein.

Es muß also sein:

$$a^2 + 2a \cdot z_{n+1} + (z_{n+1})^2 = y$$

oder

$$2a \cdot z_{n+1} + (z_{n+1})^2 = y - a^2$$

Die Rechnung besteht nun bekanntlich in der fortgesetzten Subtraktion des Wertes $2a \cdot z_{n+1} + (z_{n+1})^2$ von dem nach der vorhergehenden Ziffernbildung gebliebenen Rest $y - a^2$. Ist der neue Rest negativ, so war z_{n+1} zu groß gewählt. Dieser Vorgang, der im Dezimalsystem sehr kompliziert ist, vereinfacht sich im Sekundälsystem erheblich. z_{n+1} kann nur 0 oder L sein. Die Verdopplung von a geschieht durch Aufwärtsschiebung bzw. durch Anhängen einer Null. z_{n+1}^2 kann ebenfalls nur gleich 0 oder L sein. Der Wert $2a \cdot z_{n+1} + z_{n+1}^2$ wird also durch Anhängen der Ziffern 0L an das bereits erhaltene Resultat gebildet. Der Prozeß ist also analog der Division, mit dem Unterschied, daß an Stelle des Divisors das um eine Stelle aufwärts verschobene Resultat mit den angehängten Ziffern 0L fortlaufend subtrahiert wird.

Beispiel: $\sqrt{144}$

$$\begin{array}{r}
 144 = 128 + 16 = L00L0000 \\
 \sqrt{L00L0000} = LL00 = 12 = (8 + 4) \\
 \begin{array}{r}
 L \\
 \hline
 L0L \\
 L0L \\
 \hline
 000
 \end{array} \\
 169 = L0L0L00L = (128 + 32 + 8 + 1) \\
 \sqrt{L0L0L00L} = LL0L = 13 = (8 + 4 + 1) \\
 \begin{array}{r}
 .L \\
 \hline
 LL0 \\
 L0L \\
 \hline
 LL00L \\
 LL00L \\
 \hline
 00000
 \end{array} \\
 1,890625 = 1,375 \\
 \sqrt{L,LLL00L} = L,0LL \\
 \begin{array}{r}
 L \\
 \hline
 LLL0 \\
 L00L \\
 \hline
 L0L0L \\
 L0L0L
 \end{array}
 \end{array}$$

IV Das Übersetzungsproblem

Für die Übersetzung wurde bereits auf Seite 6 eine Methode angegeben, die darin besteht, die Sekundäläquivalente der einzelnen Ziffern ihrer Dezimalstelle entsprechend aus einer Tabelle abzulesen und zu addieren. Dies erfordert vollständige Tabellen für alle in Frage kommenden Dezimalstellen vor und hinter dem Komma, je für 9 Ziffern. Ins Konstruktive übertragen bedeutet es das Vorhandensein von Gliedern, die diese Tabellenwerte darstellen und auf die Additionsvorrichtung übertragen. Um diesen Aufwand zu verringern, genügt es, die Werte 10^n festzuhalten und diese der Ziffer entsprechend wiederholt zu addieren.

In folgender Tabelle sind die Werte 10^n für $-4 \leq n \leq +6$ angegeben.

10^{+6}	LLLL	0L00	00L0	0L00	0000
10^{+5}	L	L000	0LL0	L0L0	0000
10^{+4}		L0	0LLL	000L	0000
10^{+3}			LL	LLL0	L000
10^{+2}				LL0	0L00
10^{+1}					L0L0
10^0					L

10^{-1}	0	000L	L			
10^{-2}	0	0000	00L0	L000	LLLL	0L0L
10^{-3}	0	0000	0000	0L00	000L	L000
10^{-4}	0	0000	0000	0000	0LL0	L000

Eine noch einfachere Methode ist folgende: Man übersetzt die Dezimalziffern nacheinander ihrem Ziffernwert entsprechend ins Sekundalsystem ohne Berücksichtigung des Stellenwertes und multipliziert zwischendurch mit 10. Die Multiplikation von y mit 10 ist einfach durchzuführen; man addiert $8y + 2y$ ($10 = 8 + 2$), (1 Stelle und 3 Stellen aufwärts verschoben).

Beispiel:

$$12 \cdot 10 = 120 \quad \begin{array}{r} \text{LL00} \\ \text{LL0000} \\ \hline \text{LLLL000} \end{array}$$

Beispiel für die Übersetzung vom Dez.- ins Sekundalsystem:

$$\begin{array}{r} 432 \quad \text{L00} \quad 4 \\ \text{L0000} \\ \hline \text{L0L000} \quad 40 \\ \text{LL} \quad 3 \\ \hline \text{L0L0LL} \quad 43 \\ \text{L0L0LL} \\ \hline \text{LL0L0LLL0} \quad 430 \\ \text{L0} \quad 2 \\ \hline \text{LL0LL0000} \quad 432 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Probe:} \quad 16 \\ 32 \\ 128 \\ 256 \\ \hline 432 \end{array}$$

Das Verfahren ist so nur auf ganze Zahlen anwendbar. Sollen Zahlen übersetzt werden, die Stellen hinter dem Komma aufweisen, so verfährt man zunächst ohne Rücksicht auf das Komma. Man erhält dann eine zu große Zahl und muß das Resultat mit 10^{-n} multiplizieren, wobei n die Anzahl der zur Übersetzung herangezogenen Stellen der Dezimalzahl hinter dem Komma bedeutet.

Beispiel:

$$4,32 = 432 \cdot 0,01$$

zunächst 432 wie vorhin:

$$432 = \text{LL0LL0000}, \quad 0,01 = 0,0000 \text{ 00L0 L000 LLLL 0LL}$$

$$\begin{array}{r}
0, \text{ 0000 00L0 L000 LLLL 0LL} \\
\text{L0L 000L LLL0 LL} \\
\text{L 0L00 0LLL L0LL} \\
\text{L0 L000 LLLL 0LL} \\
\hline
\text{L00,0L0L 000L LLLL 00L} = 4,32
\end{array}$$

Probe siehe weiter unten.

Um nicht alle Werte 0,1, 0,01, 0,001 in die Maschine einbauen zu müssen, ist es zweckmäßig, jede Zahl, die Stellen hinter dem Komma aufweist, bis zur k . Stelle hinter dem Komma zu übersetzen, auch wenn die letzten Ziffern = 0 sind, und das Resultat stets mit 10^{-k} zu multiplizieren, wobei k die Anzahl der Dezimalstellen hinter dem Komma ist, die in Frage kommen (Im Versuchsmodell ist $k = 6$).

Die *Rückübersetzung* vom Sek.- ins Dezimalsystem ist analog durchführbar. Man kann die Sek.-Ziffern ihrem Stellenwert nach ins Dezimalsystem übersetzen und addieren. Man braucht dazu die Tabelle der Potenzen von 2.

Exp. v. 2:	16	65 536	Exp. v. 2:	3	8
	15	32 768		2	4
	14	16 384		1	2
	13	8 192		0	1
	12	4 096		- 1	0,5
	11	2 048		- 2	0,25
	10	1 024		- 3	0,125
	9	512		- 4	0,0625
	8	256		- 5	0,03125
	7	128		- 6	0,015625
	6	64		- 7	0,0078125
	5	32		- 8	0,00390625
	4	16			

Beispiele:

$$\begin{array}{r}
\text{LL0LL0000} \\
= 2^4 + 2^5 + 2^7 + 2^8 = \begin{array}{r} 16 \\ + 32 \\ + 128 \\ + 256 \\ \hline 432 \end{array} \text{ (Vergl. S. 13)}
\end{array}$$

$$\begin{array}{r}
\text{L,0LL} \\
= 2^0 + 2^{-2} + 2^{-3} = \begin{array}{r} 1,0000 \\ + 0,25 \\ + 0,125 \\ \hline 1,375 \end{array}
\end{array}$$

Die Übersetzung ist auch analog der auf Seite 13 angeführten Methode durchführ-

bar. Es fällt dann auch hier der Einbau der Glieder fort, die die Potenzen von 2 darstellen. Man addiert fortlaufend die Ziffern 0 oder 1 und verdoppelt zwischendurch den bereits erhaltenen Wert.

Beispiel:

LL0LL0000	1	L
	2	L0
	1	L
	<hr/> 3	<hr/> LL
	6	LL0
	12	LL00
	1	L
	<hr/> 13	<hr/> LL0L
	26	LL0L0
	1	L
	<hr/> 27	<hr/> LL0LL
	54	LL0LL0
	108	LL0LL00
	216	LL0LL000
	432	LL0LL0000

Bei Stellen hinter dem Komma übersetzt man zunächst ohne Rücksicht auf das Komma (vergl. S. 13) und multipliziert die Zahl mit 2^{-n} , wobei n wieder die Anzahl der zur Übersetzung herangezogenen Stellen der Sek.-Zahl hinter dem Komma bedeutet.

Beispiel:

L,0LL	1	L
	2	L0
	7	L00
	1	L
	<hr/> 5	<hr/> L0L
	10	L0L0
	1	L
	<hr/> 11	<hr/> L0LL

$$11 \cdot 2^{-3} = 11 \cdot \frac{1}{8} = 1,375$$

Die bisher besprochenen Übersetzungsmethoden erfordern Additionsvorrichtungen, die in dem System arbeiten, in das übersetzt werden soll. Sie eignen sich daher besser für die Übersetzung vom Dez.- ins Sek.-System, da die Maschine ja im Sek.-System arbeitet. Für die Übersetzung vom Sek.- ins Dez.-System wäre eine Additionsvorrichtung im Dezimalsystem erforderlich. Um dies zu vermeiden, lassen sich andere Methoden aufstellen:

Das Verfahren sei zunächst für alle Zahlen kleiner als 10 besprochen. Die vor dem Komma stehenden Stellen der Sekundalzahl werden ins Dezimalsystem übersetzt und gelöscht, der Rest wird mit 10 multipliziert usw. Auf diese Weise wird die Sekundalzahl abgebaut und die Dezimalzahl ziffernweise aufgebaut.

Beispiel:

$$\begin{array}{r}
 \text{L0LL} \quad 1, \\
 \text{LL00} \\
 \hline
 \text{LLLL} \quad 3 \\
 \text{LL} \\
 \hline
 \text{LLLL} \quad 7 \\
 \text{L} \\
 \hline
 \text{L0L} \quad 5 \quad 1,375
 \end{array}$$

Um Zahlen größer als 10 zu übersetzen, muß man zunächst die Sek.-Zahl mit 10^{-n} multiplizieren, wobei n so zu wählen ist, daß die Zahl kleiner als 10 wird. Man verfährt dann wie beim vorigen Beispiel, wobei das Komma der gebildeten Dezimalzahl um n Stellen nach rechts gerückt werden muß.

Beispiel:

$$\begin{array}{r}
 \text{LL0LL0000} \quad (\text{vergl. S. 14}) \\
 \text{LL0LL0000} \cdot 0,000000\text{L0L000LLL0LL} \quad (0,01) \\
 = \text{L00,0L0L000LLLLL00L} \quad (\text{s. S. 14}) \\
 \text{L00,0 L0L000LLLLL00L} \quad 4, \\
 \text{L0 L000LLLLL00L} \\
 \hline
 \text{LL,0 0LL00LL0LL0L} \quad 3 \\
 \text{LL00LL0LLL0L} \\
 \hline
 \text{L 0,000000L0L000L} \quad 2 \quad 4,32
 \end{array}$$

Rest wird vernachlässigt.

$$4,32 \cdot 100 = 432$$

Auch hier kann man nach einem Schema arbeiten und jede Zahl, die größer als 10 ist, zunächst mit 10^{-k} multiplizieren, wobei k_1 die höchste in Frage kommende Potenz von 10 ist.

Der Wissenschaft halber sei dieselbe Methode für die Übersetzung vom Dez.-System besprochen, und zwar zunächst für Zahlen kleiner als 2. Es wird analog die Ziffer vor dem Komma gelöscht und darauf der Rest verdoppelt.

$$\begin{array}{r}
 1,375 \quad \text{L}, \\
 0,750 \quad 0 \\
 1,500 \quad \text{L} \\
 1,000 \quad \text{L} \quad = \quad \text{L,0LL}
 \end{array}$$

Zahlen größer als 2 müssen zunächst mit 2^{-n} multipliziert werden, so daß eine Zahl kleiner als 2 entsteht. Das Komma ist dann wieder um n Stellen nach rechts

zu verschieben.

Es ist eine im Dezimalsystem arbeitende Rechenvorrichtung erforderlich, weswegen an eine konstruktive Auswertung nicht gedacht wird.

Schließlich sei noch eine Methode angeführt, die es ermöglicht, unter Benutzung einer im Sekundalsystem arbeitenden Rechenvorrichtung Sek.-Zahlen ins Dez.-System zu übersetzen, die größer als 10 sind, unter Umgehung der Multiplikation mit 10^{-k} . Sie besteht in der fortgesetzten Division durch 10^k , wobei k die der höchsten Dezimalstelle zugeordnete Potenz von 10 ist. Zwischen jeder Division wird der Rest mit 10 multipliziert. Die erste Division gibt an, wie oft 10^k in y enthalten ist, also die höchste Dezimalziffer z_k . Der Rest $y - z_k$ wird mit 10 multipliziert und darauf dieser Wert $10(y - z_k)$ wieder durch 10^{+k} dividiert, wobei sich die nächstfolgende Ziffer z_{k-1} ergibt, usw.

Für dreistellige Dezimalzahlen ist die höchste Potenz von $10 = 100$.

$$100 = \text{LL00L00}$$

Die Division erfolgt durch wiederholte Subtraktion von 800, 400, 200, 100. Diese Subtraktionen werden durchgeführt, wenn der Rest positiv bleibt, woraus man dann als Resultat eine 4-stellige Sekundalzahl erhält, die übersetzt die gesuchte Dezimalziffer ergibt. Um nur den Wert $8 \cdot 10^k$ (Beispiel 800) in die Maschine eingeben zu brauchen, empfiehlt es sich, den Divisor 800 festzuhalten und den Rest fortlaufend aufwärts zu verschieben. Der Rest ist nun während der Division schon 8 mal aufwärts verschoben worden, also mit 8 multipliziert worden, so daß jetzt in der Zwischenoperation nicht mit L0L0 (10), sondern mit L,0L multipliziert werden muß.

Beispiel:

$$\begin{array}{rcl}
 719: & \text{LLL} & 7 \\
 & \text{LLL} & \\
 \hline
 & \text{L000LL0} & 70 \\
 & \text{L} & \\
 \hline
 & \text{L000LLL} & 71 \\
 & \text{L000LLL} & \\
 \hline
 & \text{L0LL000LL0} & 710 \\
 & \text{L00L} & \\
 \hline
 & \text{L0LL00LLLL} & 719
 \end{array}$$

Rückübersetzung:

$$\begin{array}{rcl}
 100 & = & \text{LL00L00} \\
 800 & = & \text{LL00L00000}
 \end{array}$$

L0LL00LLLL	719		
LL00L00000	-800	0	
<hr/> L0LL00LLLL0	2 · 719		
LL00L00000	-800		
<hr/> L00LLLLLL0		L	
LL00L00000			0LLL = 7
<hr/> LLL0LLL00		L	
LL00L00000			
<hr/> L00LL000		L	
L00LL	Rest	L,0L	
<hr/> L0LLLLL0			
LL00L00000		000L =	1
<hr/> L0LL0L0000			
L0LL0L00	Rest	L,0L	
<hr/> LLL0000L00			
LL00L00000			
<hr/> LL00L00		L00L =	9
LL00L			
<hr/> 00000			
			<hr/> 719

Das Verfahren eignet sich besonders dort, wo vorwiegend mit ganzen Zahlen gearbeitet wird, z.B. bei Geldbeträgen. Man muß ohne Rücksicht auf das Komma von der kleinsten Einheit ausgehen, also z.B. in der deutschen Währung sämtliche Beträge in Pfennigen ausdrücken. Das ist aber eine rein innere Angelegenheit der Maschine, die nach außen nicht in Erscheinung tritt. Wendet man dann die Übersetzungsverfahren von Seite 13 und 17 an, so werden die Beträge stets auf den Pfennig genau übersetzt, während bei der Rückübersetzung nach Seite 16 durch die stets erforderliche Multiplikation mit 10^{-k} Fehler in den letzten Stellen entstehen können, die nur durch zusätzliche Stellen und Aufrundungs-Vorrichtungen behoben werden können.

V Die Genauigkeit

Man spricht bei Rechenmaschinen beispielsweise von 6-stelliger Genauigkeit. Man unterscheidet zwischen der Stellenzahl der Ausgangszahlen und des Resultats. Werden 2 6-stellige Zahlen miteinander multipliziert, so hat das Resultat im Höchstfalle 12 Stellen. Auch wenn man die Summe einer Anzahl 6-stelliger Zahlen bildet, hat das Resultat meist mehr als 6 Stellen. Aus diesem Grunde gibt man dem Resultatwerk eine höhere Stellenzahl.

Es besteht hier ein Unterschied zwischen technischen und kaufmännischen Größen.

Bei einem Geldbetrag z.B. 743,54 RM sind die Ziffern von der dritten Stelle hinter dem Komma an tatsächlich = 0.

Bei einer technischen Größe z.B. 743,54 mm Quecksilbersäule sind die weiteren Stellen nicht = 0, sondern unbekannt. Man könnte eine neue Ziffer mit der Bedeutung „unbekannt“ einführen, was jedoch wenig Wert hätte. Benutzt man zur Darstellung einer Wertskala, z.B. von Längen, eine 4-stellige Dezimalzahl, so ist man in der Lage, den Wert mit anzugeben.

Haben wir $l = 1000$ m, so ist die nächstgrößere 4-stellige Zahl $\Delta l + l = 1001$

$$\begin{aligned}\Delta l &= 1 \\ \frac{\Delta l}{l} &= \frac{1}{1000}\end{aligned}$$

Eine Länge, die zwischen 1000 und 1001 liegt, kann man ungünstigenfalls mit einer Genauigkeit von $\frac{1}{2 \cdot 1000}(1000,5)$ angeben.

Haben wir dagegen eine Länge zwischen

9998 und 9999

oder 9,998 und 9,999

so ist die Genauigkeit ungünstigenfalls $\frac{1}{2 \cdot 10000}$, also 10 mal so groß.

Man kann diese Art der Genauigkeit als logarithmische im Gegensatz zur numerischen Genauigkeit bezeichnen. Die numerische Genauigkeit gibt den Fehler seiner absoluten Größenordnung nach an (so und so viel Stellen hinter dem Komma), die logarithmische Genauigkeit gibt das Verhältnis zum Wert der Zahl, unabhängig von der Lage des Kommas an, so muß also der Logarithmus der Zahl eine bestimmte Stellenzahl hinter dem Komma erreichen. Ein Rechengerät, das mit logarithmischer Genauigkeit arbeitet, ist z.B. der Rechenschieber. Bei kaufmännischen Größen handelt es sich meistens um Geldbeträge, die bis auf Pfennige genau sein müssen, also um numerische Genauigkeit, die technischen Größen müssen dagegen fast durchweg mit einer gewissen logarithmischen Genauigkeit bekannt sein. Es hat für technische Rechnungen keinen Sinn, dem Resultat eine höhere Stellenzahl zu geben, wenn das Produkt zweier 4-stelliger Zahlen auch scheinbar 7- bis 8-stellig ist. Die logarithmische Genauigkeit kann nicht größer werden. Abgesehen davon, daß es technisch unmöglich wäre, bei langen Rechnungen mit vielen Zwischenresultaten die nötige Stellenzahl einzubauen.

Wir sagen, daß beim Dez.-System die kleinste Genauigkeit gleich $\frac{1}{10}$ der größten ist, je nachdem, ob die erste Ziffer 1 oder 9 ist. Es ist leicht einzusehen, daß sie beim Sek.-System gleich $\frac{1}{2}$ der größten ist. Die Genauigkeit schwankt also weit weniger. Das Sekundalsystem zeigt auch hier seine Überlegenheit. Mit 3 Dezimalstellen lassen sich die Zahlen 1 bis 998 darstellen, mit 9 Sek.-Stellen die Zahlen von 1 bis 1023.

Die ungünstigste Genauigkeit beim

- Dez.-System ist $\frac{1}{2 \cdot 100}$
- Sek.-System ist $\frac{1}{2 \cdot 512}$

Trotzdem der Umfang der darzustellenden Zahlen etwa gleich ist, ist die ungünstigste Genauigkeit des Sek.-Systems etwa 5 mal so groß. Durchschnittlich braucht man im Sek.-System etwa die dreifache Stellenzahl, um die gleiche Genauigkeit zu erreichen.

Bei den bisherigen Maschinen ist stets mit Zahlen gearbeitet worden, die in Bezug auf das Komma ausgerichtet sind. So können die Lochkartenmaschinen z.B. nur Zahlenreihen addieren, bei denen das Komma immer an derselben Stelle steht. Das Verfahren ist dort möglich, wo es sich um Größen gleichen Charakters handelt, wie z.B. Geldbeträge, wo das Komma immer vor der 2. Stelle von hinten steht. Bei technischen Rechnungen handelt es sich jedoch um ständig wechselnde Rechenoperationen zwischen Größen verschiedenster Dimensionen und Kommastellungen. Man denke nur an Größen wie Wärmeausdehnungszahl = 0,000012 und Elastizitätsmodul $E = 2100000$, die in einer einzigen Formel vorkommen können. Es treten sehr oft Größen auf, die in die Millionen gehen oder ihre Reziprokwerte. Es wäre sinnlos, den gesamten Stellenbereich für jede Zahl zu schreiben, wenn die meisten Stellen Null oder unbekannt sind. Hier tritt das für Rechenmaschinen neue Problem der Kommadarstellung auf.

VI Die halblogarithmische Form

Eine Möglichkeit, die der geforderten logarithmischen Genauigkeit entsprechen würde, besteht darin, die Logarithmen zu schreiben. Das erfordert jedoch Logarithmier = Vorrichtungen, die nicht in jede Maschine eingebaut werden sollen, und die Bildung des Numerus zwecks Addition, wobei das Kommaproblem wieder auftauchen würde.

Die Vorteile der logarithmischen „Komma“-Schreibweise verbindet die halblogarithmische Form.

Die Zahl y wird in der Form (a, b) geschrieben. y ergibt sich aus der Formel

$$y = B^a \cdot b,$$

wobei B die Basis des Zahlensystems ist und b einen Wert zwischen i und der Basis hat. a ist also der ganzzahlige Logarithmus der Zahl, und b ein numerischer Faktor.

Im Dezimalsystem würde sich folgende Schreibweise ergeben:

$$\begin{aligned} 1,073 &= 01,073 = 10^0 \cdot 1,073 \\ 10,73 &= 11,073 = 10^1 \cdot 1,073 \\ 1073\,000 &= 61,073 = 10^6 \cdot 1,073 \end{aligned}$$

Für das Sek.-System würde also

$$\begin{aligned} y &= (a, b) \text{ bedeuten} \\ y &= 2^a \cdot b, \end{aligned}$$

wobei b zwischen 1 und 2 liegt. a ist ganzzahlig.

Es läßt sich eine weitere Vereinfachung treffen, indem man die Zahl in der Form schreibt:

$$\begin{aligned} y &= a, b' \\ y &= B^a \cdot (1 + b') \end{aligned}$$

Da bei dem Faktor b die erste Ziffer ja doch immer $= 1$ ist, braucht sie nicht geschrieben zu werden.

Es bedeutet also:

$$\begin{aligned} & \text{LL0L} / \text{0LL0L} \\ & 2^{\text{LL0L}} \cdot \text{L0LL0L} \\ &= 2^{(8+4+1)} \cdot \begin{array}{r} 1,00\,000 \\ + 0,25\,000 \\ + 0,12\,500 \\ + 0,03\,125 \\ \hline 1,40\,625 \end{array} \\ &= 2^{13} \cdot 1,40625 = 8192 \cdot 1,40625 \\ &= 11520 \end{aligned}$$

Dazu kommen 2 Vorzeichen.

Sowohl der Logarithmus als auch der Faktor können positiv und negativ sein. Ist das Vorzeichen des Logarithmus positiv, so ist die Zahl, absolut genommen, größer als 1, ist es negativ, kleiner als 1.

Konstruktiv ermöglicht die halblogarithmische Form neben der volllogarithmischen die konzentrierteste Form der Speicherung.

Es besteht prinzipiell die Möglichkeit, die halblogarithmische Form auf das Speicherwerk zu beschränken und zur Ausführung der Rechnungen die Zahlen in die

Normalform zu überführen. Man umgeht dann die konstruktiven Schwierigkeiten des in halblogarithmischer Form arbeitenden Rechenwerks. Allerdings braucht man dann eine Umformvorrichtung und man muß die höhere Stellenzahl des Rechenwerks in Kauf nehmen. Die Umformung der Zahl besteht darin, daß der Wert b mit der dem Wert a entsprechenden Stellenverschiebung auf die Rechenvorrichtung übertragen wird und entsprechend bei der Rückübertragung ins Speicherwerk.

VII Das Rechnen in halblogarithmsicher Form

Rechenwerke nach dem halblogarithmischen Prinzip ergeben die geringste Stellen- und Spielzahl. Allerdings sind die Operationen schwerer zu überblicken und die Steuerorgane (Leitwerk) entsprechend komplizierter. Die Werte a und b müssen getrennt verrechnet werden, entweder auf verschiedenen Rechenwerken oder hintereinander auf demselben Werk.

Unter „Aufwärts“- und „Abwärts“-Verschiebung sei im Folgenden die Verschiebung der ganzen Ziffernreihe in Richtung der höheren bzw. niederen Stellen relativ zum Komma verstanden.

Addition und Subtraktion

Bei Addition und Subtraktion wird die Differenz der a -Werte gebildet und der dem kleinen Wert a zugeordnete Wert b um $(a_1 - a_2)$ Stellen abwärts verschoben, während der dem größeren Wert a zugeordnete Wert b stehen bleibt. Die Werte b sind dann relativ so zueinander verschoben, daß die der Potenz nach gleichwertigen Stellen untereinander stehen. Darauf kann die Addition vollzogen werden.

$$\begin{aligned} y &= y_1 + y_2 \\ y_1 &= 2^{a_1} \cdot b_1 \\ y_2 &= 2^{a_1} \cdot b_2 \\ a_1 &> a_2 \\ y &= 2^{a_1} (b_1 + b_2 \cdot 2^{-(a_1 - a_2)}) \end{aligned}$$

Beispiel:

$$\begin{array}{r} 71 \\ + 11 \\ \hline 82 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
71 &= L000LLL = 26 \cdot L,000LLL \\
11 &= L0LL = 23 \cdot L,0LL \\
y_1 &= L0^{LL0} \cdot L,000LLL \quad a_1 = LL0 \quad b_1 = L,000LLL \\
y_2 &= L0^{LL} \cdot L,0LL \quad a_2 = LL \quad b_2 = L,0LL \\
y &= L0^{LL0} \cdot (L,000LLL + L,0LL \cdot L0^{-(LL0-LL)})
\end{aligned}$$

$$\begin{array}{rcl}
a_1 - a_2 & : & LL0 \\
& & - LL \\
\hline
& & LL
\end{array}$$

$$\begin{aligned}
y &= L0^{LL0} \cdot (L,000LLL + L,0LL \cdot L0^{-LL}) \\
&= L0^{LL0} \cdot (L,000LLL + 0,00L0LL)
\end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
L,000LLL \\
+ \quad 0,00L0LL \\
\hline
L,0L00L0
\end{array}$$

$$\begin{aligned}
y &= L0^{LL0} \cdot L,0L00L0 = L0L00L0 \\
&= 64 + 16 + 2 = 82
\end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
14,375 \\
+ \quad 0,625 \\
\hline
15,000
\end{array}$$

$$\begin{aligned}
14,375 &= LLL0,0LL = L0^{LL} \cdot L,LL00LL \\
0,625 &= 0,L0L = L0^{-L} \cdot L,0L \\
a &= LL - (-L) = + L00
\end{aligned}$$

b_2 wird relativ zu b_1 um 4 Stellen abwärts verschoben:

$$\begin{array}{r}
L,LL00LL \\
\quad L0L \\
\hline
L,LLL000
\end{array}$$

$$y = L0^{LL} \cdot L,LLL = LLLL = 15$$

Der Wert a des Resultats ist an sich gleich dem größeren a , jedoch kann es vorkommen, daß der Wert b des Resultats nicht die Bedingung $1 < b < 2$ erfüllt. Bei Addition kann der Wert b zwischen 1 und 4 liegen, bei Subtraktion zwischen 0 und 2. Der Wert b muß dann so aufwärts oder abwärts verschoben werden, daß die erste L unmittelbar vor dem Komma steht. Der zugehörige Wert a muß bei jeder Aufwärtsverschiebung des Wertes b um eine Stelle um eins vermindert und bei jeder Abwärtsverschiebung des Wertes b um eine Stelle um eins erhöht werden.

Beispiel:

$$\begin{array}{r}
27 \\
+23 \\
\hline
50
\end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
27 & = & LL0LL = L0^{L00} \cdot L,L0LL \\
23 & = & L0LLL = L0^{L00} \cdot L,0LLL \\
\Delta a & = & 0 \quad \sum b = \overline{LL,00L0} \\
y = L0^{L00} \cdot LL,00L0 & = & L0^{L00+L} \cdot L,L00L0 \\
= L0^{L0L} \cdot L,L00L0 & = & LL00L0 = 50 \quad (32 + 16 + 2)
\end{array}$$

$$27 - 25 = 2$$

$$\begin{array}{rcl}
27 & = & LL0LL = L0^{L00} \cdot L,L0LL \\
25 & = & LL00L = L0^{L00} \cdot L,L00L \\
a = 0 & + & L,L0LL \\
& - & L,L00L \\
& \hline
& + & 0,00L0 \\
y = L0^{L00} \cdot 0,00L0 & = & L0^{L00-LL} \cdot L,0 = L0^L \cdot L,0 = 2
\end{array}$$

Multiplikation

Bei der Multiplikation werden die Werte a addiert und die Werte b miteinander multipliziert.

$$\begin{array}{rcl}
y_1 & = & 2^{a_1} \cdot b_1 \\
y_2 & = & 2^{a_2} \cdot b_2 \\
y_1 \cdot y_2 & = & 2^{a_1+a_2} \cdot b_1 \cdot b_2
\end{array}$$

Beispiel: $22 \cdot 13$ (vergl. S. 10)

$$\begin{array}{rcl}
22 & = & L0LL0 = L0^{L00} \cdot L,0LL0 \\
10 & = & LL0L = L0^{LL} \cdot L,L0L \\
a_1 + a_2 = & \begin{array}{l} L00 \\ + LL \\ \hline LLL \end{array} & \left| \begin{array}{l} b_1 \cdot b_2 = L,0LL0 \cdot L,L0L \\ L0LL0 \\ L0LL0 \\ \hline L0,00LLLL0 \end{array} \right. \\
= & \frac{LLL}{LLL} & \\
y = L0^{LLL} \cdot L0,00LLLL0 & = & L0^{L000} \cdot L,000LLLL = L000LLLL0 = 286
\end{array}$$

Der Wert b des Resultats kann größer als zwei werten ($1 < b < 4$), er muß dann abwärts verschoben und a erhöht werden.

Division

Bei der Division ist entsprechend zu verfahren:

$$\begin{array}{ll} y_1 &= 2^{a_1} \cdot b_1 \\ y_2 &= 2^{a_2} \cdot b_2 \end{array} \quad \frac{y_1}{y_2} = 2^{a_1 - a_2} \cdot \frac{b_1}{b_2}$$

Es wird die Differenz der a -Werte gebildet und b_1 durch b_2 dividiert. b liegt zwischen $\frac{1}{2}$ und 2 und muß entsprechend korrigiert werden.

Wurzelziehen

Beim Wurzelziehen ist:

$$y = \sqrt{2^a \cdot b} = 2^{\frac{a}{2}} \cdot \sqrt{b}$$

Das gilt jedoch nur für gerades a , da bei Halbierung eines ungeraden a dieses nicht ganzzahlig bliebe.

Für ungerades a gilt:

$$y = \sqrt{2^a \cdot b} = \sqrt{2^{a-1} \cdot 2b} = 2^{\frac{a-1}{2}} \cdot \sqrt{2b}$$

Der Wert a wird also halbiert, d.h. um eine Stelle abwärts verschoben. Bei ungeradem a erfolgt die Subtraktion von L automatisch, da die Rechenvorrichtung für a keine Stellen hinter dem Komma aufweist und die letzte Stelle im Werte $+L,0$ bei der Abwärtsverschiebung verlorengeht. Der Wert b_R ist bei geradem $a = \sqrt{b_1}$ bei ungeradem $a = \sqrt{2b_1}$.

Die Auswirkung der halblogarithmischen Form auf die Übersetzung wird im Zusammenhang mit den konstruktiven Problemen besprochen werden.

VIII Das Nullproblem

In der halblogarithmischen Schreibweise ist die Darstellung der Null nicht möglich, da der $\text{Log.} = -\infty$ wäre. Man muß daher für die Zahl Null ein besonderes Zeichen reservieren.

Für Rechenoperationen, bei denen einer der Operanden $= 0$ ist, gilt folgendes:

$$\begin{array}{llll} y + 0 &= & y & 0 \cdot 0 &= & 0 \\ y - 0 &= & y & 0 \cdot y &= & 0 \\ 0 - y &= & -y & \frac{0}{0} &= & \text{unbestimmt} \\ 0 + 0 &= & 0 & \frac{y}{0} &= & \infty \\ 0 - 0 &= & 0 & \frac{0}{y} &= & 0 \\ & & & \sqrt{0} &= & 0 \end{array}$$

Tritt Null als Divisor auf, so muß die Maschine Signal geben.

IX Das Vorzeichen

In der halblogarithmischen Form kann sowohl der Wert a als auch der Wert b positiv oder negativ sein. Da die Operationen zwischen den Werten a nur Additionen und Subtraktionen sind, ist es vorteilhaft, negative a -Werte als Supplements darzustellen. Das Vorzeichen für a fällt dann weg. Bei dem Wert b ist es vorteilhafter, mit Vorzeichen zu arbeiten. Das Vorzeichen von b gibt an, ob die Gesamtzahl $y = 2^a b$ positiv oder negativ ist, da 2^a stets positiv ist.

Für die Bestimmung des Vorzeichens des Resultats gilt folgendes:

Multiplikation, Division:

b_1	b_2	b_R
+	+	+
+	-	-
-	+	-
-	-	+

Addition, Subtraktion:

Es muß zunächst festgestellt werden, ob die tatsächlich auszuführende Operation eine Addition oder eine Subtraktion ist.

befohlene Operation	b_1	b_2	Tat. Op.
Add.	+	+	Add.
	+	-	Sub.
	-	+	Sub.
	-	-	Add.
Sub.	+	+	Sub.
	+	-	Add.
	-	+	Add.
	-	-	Sub.

Bei tats. Addition werden beide Werte b positiv, bei tats. Subtraktion b_1 positiv b_2 negativ in die Rechenvorrichtung eingeführt, unabhängig von ihrem eigentlichen Vorzeichen. Bei tats. Subtraktion kann der erhaltene Resultatwert b negativ sein. Daraus und aus dem Vorzeichen von b_1 ergibt sich dann das Vorzeichen des Resultats.

Die Tabelle wird entsprechend ergänzt.

befohlene Operation	b_1	b_2	Tat. Op.	b_R	Vorz.d.Res.
Add.	+	+	Add.	+	+
	+	-	Sub.	+	+
	-	+	Sub.	-	+
	-	-	Add.	+	-

Sub.	+	+	Sub.	+	+
	+	-	Add.	+	+
	-	+	Add.	+	-
	-	-	Sub.	+	-
				-	+

X Die Anwendung des Sekundalsystems auf nichthomogene Zahlensysteme

Die Methode, zwecks Vereinfachung der Rechnung Zahlen ins Sekundalsystem zu übersetzen, läßt sich prinzipiell auf jedes Zahlensystem anwenden. Es sei unterschieden zwischen homogenen Systemen d.h. solchen, die sich aus Potenzen der gleichen Grundzahl aufbauen, und nichthomogenen Systemen d.h. solchen, bei denen die Einheiten der einzelnen Stellen keine Potenzreihe, sondern eine an keine mathematischen Gesetze gebundene Reihe ergeben. Homogene Systeme sind z.B. das Dezimal- und das Sekundalsystem (10, 100, 1000; 2, 4, 8). Nichthomogene Systeme sind z.B. die englische Währung (1 £ = 12 sh = 20 d = $\frac{8}{3}$ d) oder die Zeiteinteilung (1 Tag & 24 Std = 60 Min. = 60 Sek.). Englische Längenmaße (1 Meile = 1760 Yards = 3 Fess = 12 inches = $\frac{16}{16}$ inches).

Die Übersetzungsmethoden bauen sich mathematisch ebenso auf wie die für das Dez.-System beschriebenen. Es seien jedoch nur die Verfahren besprochen, an deren konstruktive Auswertung gedacht ist. Zur Übersetzung ins Sek.-System ist dies die auf Seite 13 beschriebene Methode, und zur Rückübersetzung die Methode von Seite 15.

Baut sich ein Zahlensystem aus den Größen $\dots B_3, B_2, B_1, B_0$ auf, wobei $B_3 = x_2 B_2$, $B_2 = x_1 B_1$, $B_1 = x_0 B_0$ ist und sind $\dots z_n \dots$ die „Ziffern“, d.h. die Angaben, wie oft B_n in der Gesamtzahl y enthalten ist, so ist

$$y = z_3 B_3 + z_2 B_2 + z_1 B_1 + z_0 B_0$$

Bei Zurückführung aller Größen auf die kleinste Einheit B_0 ergibt sich

$$y = z_3 x_2 B_2 + z_2 x_1 B_1 + z_1 x_0 B_0 + z_0 B_0$$

oder

$$\begin{aligned} y &= z_3 x_2 x_1 x_0 B_0 + z_2 x_1 x_0 B_0 + z_1 x_0 B_0 + z_0 B_0 \\ &= B_0 (z_3 x_2 x_1 x_0 + z_2 x_1 x_0 + z_1 x_0 + z_0) \\ &= B_0 z_3 x_2 + z_2 x_1 + z_1 x_0 + z_0 \end{aligned}$$

d.h. man baut das Resultat durch ziffernweises Übersetzen, angefangen mit z_3 auf und multipliziert dazwischen das bereits aufgebaute Resultat mit x_n . (Im Dez.-System ist x_n stets = 10.)

In der englischen Währung ergibt sich:

$$B_0, B_1 = 8B_0, B_2 = 20B_1, B_3 = 12B_2, B_4 = 10B_3, B_5 = 10B_4 \dots$$

$$57\mathfrak{L}1 \text{ sh } 133/8 \text{ d}$$

$\begin{array}{r} \text{L0L} \\ \text{L0L} \\ \hline \text{LL00L0} \\ \text{LLL} \\ \hline \text{LLL00L} \\ \text{LLL00L} \\ \hline \text{L0L0L0LL00} \\ \text{L0LL} \\ \hline \text{L0L0LL0LLL} \\ \text{L0L0LL0LLL0} \\ \text{L} \\ \hline \text{L0L0LL0LLLL} \\ \text{L0L0LL0LLLL} \\ \hline \text{LL0LL00L0L0LL0} \\ \text{LL} \\ \hline \text{LL0LL00L0LL00L} \end{array}$	$5 \cdot 10 =$ $57 \cdot 12 =$ $695 \cdot 2 =$ $1391 \cdot 10 =$	$\begin{array}{r} 5 \\ 50 \\ + 7 \\ \hline 57 \text{ } \mathfrak{L} \\ 684 \\ + 11 \\ \hline 695 \text{ sh} \\ 1390 \\ + 1 \\ \hline 1391 \\ 13910 \\ + 3 \\ \hline 13913 \text{ d} \\ 111304 \\ + 3 \\ \hline 111307 \text{ d}/8 \end{array}$
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Bei der Rückübersetzung tritt an Stelle des Wertes 10^k (vgl. S. 15) der Wert $x_0 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \dots = D_n$.

Es werden nun entsprechend S. 15 die „Ziffern“ d.h. die Werte $x_3, x_2 \dots$ durch Division mit D_n gebildet, wobei zwischendurch mit $x_2, x_1 x_0$ multipliziert wird.

In der englischen Währung ist $D_n = [8 \cdot 20 \cdot 23 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \dots]8$ Für Größen bis zu hundert \mathfrak{L} ist $D_n = 19200 \cdot 8 = 153600$.

$$153600 = 19200 \cdot 8$$

$\begin{array}{r} \text{L} \\ \text{L} \\ \hline \text{L0L0} \\ \text{L00L} \\ \hline \text{L00LL} \\ \text{L00LL} \\ \hline \text{L0LLLLL0} \\ \text{L0} \end{array}$	1 10 $+$ 9 19 190 $+$ 2
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------

<hr/> LL000 000		<hr/> 192
LL00000 0		
<hr/> LLLL000 0000		1920
LLLL00000 00		
<hr/> L00L0LL000 00000		19200
L00L0LL000 00000000 =		119200·8
LL0LL00L0LL00L0LL		0
L00L0LL00000000000		
<hr/> L0000LL0LL00L0LL0		L
L00L0LL00000000000		0
<hr/> LLL0LLLL00L0LL000		L 5 (10 f)
LLL0LLLLL00L0LL0	(x L0L)	
<hr/> L00L0L0L0LLLL0LL0		0
L00L0LL00000000000		L
<hr/> L00L0L00LLLL0LL00		
L00L0LL00000000000		L
<hr/> 0L00L00LLLLL0LL000		
L00L0LL00000000000		L 7 (2)
<hr/> L00L000LLL0LL0000	(x L,L)	
L00L000LLL0LL		
<hr/> LL0LL0L0LL00L0L000		
L00L0LL00000000000		L
<hr/> L000L00LL00L0L000		0
L00L0LL00000000000		L
<hr/> LLLLL0L00L0L00000		
L00L0LL00000000000		L 11 (sh)
<hr/> LL00L000L0L0000000	(x L0)	
L00L0LL00000000000		L 1(10 d)
<hr/> LL00L0L0L0000000	(x L,0L)	
LL00L0L0L000000000		
<hr/> LLLLLL0L00L00000		00
L00L0LL00000000000		L
<hr/> LL00LLL00L0000000		
L00L0LL00000000000		L 3 (d)
<hr/> LLL0000L00000000		0
L00L0LL00000000000		L
<hr/> L00L0LL0000000000		
L00L0LL00000000000		L 3 (d/8)
<hr/> 0000000		

Möglichkeiten der Maschine

Durch die Maschine wird dem Ingenieur die mechanische Rechenarbeit nicht nur abgenommen, sondern ihr Umfang kann enorm gesteigert werden.

Man kann die Möglichkeiten der Maschine wie folgt abstufen:

1. Rationalisierung der Rechnungen ohne im wesentlichen von dem bisherigen Rechenverfahren abzuweichen.
2. Entwicklung neuer Methoden zur Lösung technischer Probleme.
3. Erschließung von Gebieten, die bisher der Rechnung nicht zugänglich waren.

Zunächst seien die Leistungen der Maschine entsprechend Ziffer 1 besprochen:

Greifen wir aus dem Gebiet der Statik die Berechnung von statisch unbestimmten Stabwerken heraus.

Die Ausgangswerte kann man in 3 Gruppen einteilen.

1. Maße
2. Querschnitte (Steifigkeiten)
3. Belastungen

Die Resultatwerte bestehen aus folgenden Gruppen:

1. Stabkräfte,
2. Spannungen,
3. Formänderungen (Verschiebungen, Durchbiegungen).
4. Knicksicherheiten und dergl.

Für jede Art von Stabwerk (bestimmte Anordnung der Stäbe untereinander) läßt sich ein Rechnungsplan aufstellen, bei dem die genannten Resultatwerte Funktionen der Ausgangswerte sind.

Der einmal aufgestellte Rechenplan gilt für sämtliche Maß-, Dimensionierungs- und Belastungs-Variationen.

Es ist also möglich,

- a) das System in beliebiger Maßabwandlung durchzurechnen, mit gewissen praktisch bedeutungslosen Einschränkungen,
- b) Die Querschnitte der Stäbe entsprechend den Kräften zu korrigieren,
- c) beliebige Lastfälle zu rechnen,
- d) Fehler in den Ausgangswerte mit Leichtigkeit zu korrigieren.

Zu a) Es ist z.B. im Flugzeugbau eine alltägliche Erscheinung, daß dieselbe Rechnung 3 bis 4 mal durchgeführt werden muß, weil sich die Maße bei einem in der Entwicklung befindlichen Maschinentyp laufend ändern.

Mit der Maschine ist es möglich, die Abwandlung der Maße bewußt zu fördern, um durch systematisches Variieren der Form die Konstruktion zweckmäßig durchzubilden.

Zu b) Bei statisch unbestimmten Rechnungen werden die Querschnitte vor der Rechnung geschätzt. Sind die Kräfte errechnet, so werden die Stäbe danach dimensioniert. Sind die Differenzen mit den geschätzten Werten klein, so wird eine zweite Rechnung unterlassen, sind sie groß, so muß die Rechnung wiederholt werden. Beim Arbeiten mit der Rechenmaschine bietet eine mehrmalige Wiederholung der Rechnung keine Schwierigkeiten, es kann also beliebig scharf herandimensioniert werden.

Zu c) Um nicht alle Lastfälle rechnen zu müssen, ist es z.B. im Flugzeugbau üblich, durch Überlegungen die maßgebenden Lastfälle im voraus zu bestimmen, und nur für sie die Kräfte zu berechnen. Das erfordert gut geschulte Kräfte und ziemliche Gehirnakrobatik, und auch dann können leicht Fehler vorkommen, da ein ausgelassener Lastfall doch irgendwo maßgebend wird.

Zu d) Da irren nun einmal menschlich ist, kommt es häufig vor, daß Fehler zu spät entdeckt werden, die sich dann durch die ganze Rechnung ziehen. Man muß entweder den Fehler in Kauf nehmen oder die Rechnung neu aufziehen oder Nachträge machen.

Auch das bietet beim Maschinenrechnen kein Problem mehr, da reine Rechenfehler durch die Maschine ausgeschlossen sind und Fehler anderer Art leicht korrigiert werden können.

Die Überlegungen für das angeführte Beispiel gelten allgemein. Man kann die Rechnung vollständiger halten und breiter ausbauen, auch mehr variieren. Folgte bisher jeder Rechnung ein Stoß von Nachträgen, um die dauernden Änderungen

zu berücksichtigen, so ist es jetzt möglich, die Rechnung stets „frisch“ zu erhalten, d.h. sie dauernd dem neuesten Stande der Konstruktion anzupassen.

Ein anderes Beispiel aus dem Gebiet der Statik ist die Dimensionierung von Querschnitten. Es lassen sich für jede Art von Querschnitt, z.B. Doppel T = Querschnitt des Stahlbaus, die aus Stegen, Winkeln und Platten zusammengesetzt sind, oder Eisenbeton- Querschnitten ein für allemal gültige Formeln aufstellen, und es ist ein leichtes, durch systematisches Probieren den besten Querschnitt herauszusuchen.

Für den Stahlbau, der fast nur mit genormten Profilen arbeitet, besteht die Möglichkeit, in die Maschinen mechanisch ablesbare Zahlentabellen einzubauen, in denen die statischen Werte der verwendeten Profile festgehalten sind.

Setzt man nun einen Verbund-Querschnitt aus Normal-Profilen zusammen, so genügt die Angabe der Lage des Einzelprofils, um die statischen Werte für den Verbund-Querschnitt sofort zu finden.

Da im Stahlbau ein großer Teil der Rechenarbeit darin besteht, wirtschaftlich zu dimensionieren, gibt die Maschine die Möglichkeit, schnell den besten Querschnitt zu finden, wozu bisher gut eingearbeitete Kräfte notwendig waren.

Dasselbe gilt für den Eisenbetonbau. Die Art der zu berechnenden Querschnitte kann wesentlich erweitert werden.

Aufgrund der Eigentümlichkeiten des Eisenbetons ist es bis jetzt nur möglich, verhältnismäßig einfache Querschnitte zu berechnen.

Die Berechnung eines doppelt bewehrten Rechteckquerschnitts, der auf Normalkraft und Biegung beansprucht ist, erfordert bereits einen ziemlichen Aufwand, wenn auch die Art der Berechnung nach „Mörsch“ gut durchdacht ist. Mit der Maschine kann man erheblich schwierigere Aufgaben lösen, wie z.B. vollständig unregelmäßige Querschnitte auf Biegung in 2 Achsen zu berechnen.

Ein weiteres Beispiel aus der Fülle der Probleme ist die Auswertung von Einflußlinien. Hat man die Ordinaten der Einflußlinie auf einem Lochstreifen festgehalten, so ist es möglich, mit der Maschine die gesuchte statische Größe für jede Stellung des Lastenzuges zu ermitteln und somit auch die Maximal- und Minimalwerte. Hierzu müssen ein für allemal gültige Lochstreifen für die verwendeten Lastenzüge aufgestellt werden. Auch das Heraussuchen der Höchstwerte läßt sich mit der Maschine vornehmen. (Maschineller Größenvergleich.)

Anwendungsmöglichkeiten auf Gebieten außerhalb der Statik seien nur gestreift.

Bei der Feldvermessung genügt es, die am Theodoliten abgelesenen Werte in Lochstreifenform festzuhalten, die Maschine stellt danach automatisch den Schichtlinienplan des Geländes auf. Daran können sich weitere Arbeiten anschließen, wie z.B. die Trassierung einer Straße oder Eisenbahnlinie. Die Trasse wird mit ihren

Krümmungsradien, Steigungen und Querschnitten auf einem Lochstreifen aufzeichnet; es lassen sich geeignete Rechenpläne aufstellen, um im Verein mit den Werten des Geländes sofort das Längsprofil, den Erdmassenplan usw. zu errechnen. Es ist also schneller und besser als bisher möglich, die beste Trasse herauszusuchen, was große wirtschaftliche Vorteile bedeuten kann. Außerdem läßt sich ein genaueres Resultat erzielen, da die ganze Rechnung feiner aufgebaut werden kann.

Ein Gebiet, das an die „Statik“ grenzt, ist die Berechnung von angefachten Schwingungen, z.B. bei Flugzeugen. Dieses Gebiet müßte geradezu ein Paradies für die Maschine sein, da hier nur mit umfangreichen Tabellenrechnungen durchzukommen ist.

2.) Entwicklung neuer Methoden zur Lösung technischer Probleme

Ist der Ingenieur erst auf die Maschine eingearbeitet, so kann er seine ganze Arbeitstaktik darauf einstellen.

So wie die Lochkartenmaschinen neue Wege der Statistik zeigten, so ist auch der Ingenieur nicht mehr an die bisherigen Möglichkeiten gebunden.

Wir stoßen bei technischen Rechnungen immer auf einen Punkt, wo die Rechnung abgebrochen werden muß, weil der Weg zur tieferen Erkenntnis durch zu komplizierte Rechnungen versperrt wird.

Es ist allen Beteiligten bekannt, daß unser Wissen über viele technische Probleme beschränkt ist. Aus der Fülle der notwendigen Berechnungen und Berechnungsmöglichkeiten greifen wir nur diejenigen heraus, die einfach zu rechnen sind. Rechnet man in der Statik mit $\frac{M}{W}$ und $\frac{P}{F}$, so nur, weil das am einfachsten ist. Man weiß sehr wohl, daß für manche Materialien das Potenzgesetz dem Geradenliniengesetz der Spannungs-Verteilung vorzuziehen ist.

Obwohl dem Ingenieur eine Menge ausgezeichnete theoretische Arbeiten über die verschiedensten Gebiete zur Verfügung steht, liegt der größte Teil dieser wertvollen Geistesarbeit brach. *Praktische Anwendung finden nicht die richtigsten, sondern die einfachsten Theorien.*

Wollte der Ingenieur die Richtigkeit seiner Rechnungen nur um einen Schritt der Wirklichkeit näher bringen, so ständen ihm die Theorien hierfür vielleicht zur Verfügung, aber der Umfang der Rechenarbeit würde sich enorm steigern.

Hier beginnt die eigentliche Aufgabe der Maschine. Der Umfang der Zahlenrechnung spielt kaum eine Rolle. Die Arbeit des Theoretikers bekommt bleibenden Wert. Ist zum Beispiel die aerodynamische Berechnung eines Flügelprofils bestimmten Typs einmal in Lochstreifenform festgehalten, so ist die Gedankenarbeit des Theoretikers gewissermaßen konserviert.

Geht der praktische Ingenieur an die Berechnung nach dieser Formel heran, so braucht er sich nicht in die Gedankengänge des Theoretikers zu versenken. Er bezieht die Formel gewissermaßen fertig ab Fabrik. So wie der Benutzer eines Elektromotors nicht zu wissen braucht, wie die Wicklungen im Anker liegen, braucht der Benutzer der Formel die Art der Berechnung nicht zu kennen. Er muß sie „bedienen“ können, d.h. ihr die richtigen Ausgangswerte zuführen und die Resultate richtig verwerten können. Der Theoretiker kann also die Berechnung beliebig kompliziert gestalten und sein Spezialwissen auf dem Gebiet voll einsetzen. Die Formel braucht nur nach außen „narrensicher“ zu sein, innerlich ist sie wie durch einen Panzer geschützt. Damit ist der Weg zur Verfeinerung frei.

Der Flugzeugbau befindet sich heute bereits in einem Stadium, wo das Heranarbeiten an die letzten Vervollkommnungen zur Tagesforderung gehört. z.B. kann der Statiker das Gewicht herabsetzen. Dazu gehören Versuche und Erweiterung der Rechnung.

Erstreben die Amerikaner die Vervollkommnung durch umfangreiche Versuche, so wäre die den deutschen Verhältnissen angepaßte Methode die Erweiterung der Rechnung. Drüben Geld und Material, hier Theorie und Rechnung. Es bleibt uns nichts anderes übrig als die fehlenden günstigen Verhältnisse durch Gehirn zu ersetzen.

Als ein praktisches Beispiel sei die Berechnung statisch unbestimmter Systeme im plastischen Bereich besprochen. Das Problem spielt im Flugzeugbau eine Rolle, da hier die Sicherheiten des Bruchzustandes verlangt sind.

Hier fehlt ein Teil des Originals

Bruchzustand) durchgeführt werden müßten. Mit der Maschine kann man nicht nur dieser Forderung entsprechen, sondern auch Systeme und Lastfälle untersuchen, bei denen sich einige Stellen im plastischen, andere aber noch im elastischen Bereich befinden. Das ist wichtig, denn praktisch ist beim Bruch nie das ganze System plastisch, da immer noch einige Teile aus anderen Lastfällen maßgebend sind, und somit für den untersuchten Lastfall überdimensioniert sind und steif bleiben.

Zuletzt sei noch auf Ziffer 3 (vgl. S. 30) eingegangen.

Erschließung von Gebieten, die bisher der Rechnung nicht zugänglich waren

Es gibt in der Technik eine ganze Reihe von Gebieten, z.B. den Motorenbau, wo nur mit umfangreichen kostspieligen Versuchen und jahrelanger Experimentierarbeit etwas zu erreichen ist, während die Rechnung eine sehr kümmerliche Rolle spielt. Auch hier wird die Maschine neue Situationen schaffen.

Man denke nur an die völlige Ratlosigkeit der Ingenieure bei Elektrongußstücken. Vielleicht läßt sich durch rechnerische Erfassung des Abkühlungsvorganges das Problem angreifen.

Ebenso wie man vor ein paar Jahren noch nicht daran dachte, Flügelschwingungen zu berechnen, liegen zahlreiche Probleme unerschlossen vor uns, bei deren langsamer und zäher Lösung die Maschine unersetzliche Dienste leisten kann.

Die Rechenpläne

Die einzelnen Rechenpläne können allgemeine oder spezielle Bedeutung haben.

Pläne von allgemeiner Bedeutung entsprechen den heutigen Formelsammlungen und gehören zum dauernden Planbestand eines Büros, z.B. kommen hierfür in Frage Pläne

- für Determinanten,
- zur Auflösung von Gleichungsrastern,
- Bestimmung der Beulkriterien für Platten allgemeiner Gestalt,
- Zusammensetzung von Spannungen: $\sigma_{red} = 0,35\sigma + 0,65\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$ und dergl.

Pläne von spezieller Bedeutung sind die Pläne, die zur Berechnung einer Konstruktion oder dergl. besonders aufgestellt werden müssen. Sie können Allgemeinpläne als Teile enthalten, z.B. kann eine statisch unbestimmte Rechnung den Plan eines Gleichungsrasters enthalten, der dann nicht besonders aufgestellt zu werden braucht.

Bei Berechnung größerer Konstruktionen, z.B. eines ganzen Flugzeugs, wird man praktisch folgende Einteilung wählen:

1. Gesamtplan,
2. Plangruppen, (Luftlasten, Motorlasten, Knotenlasten, statische Rechnung),
3. Einzelpläne.

So kann z.B. der Gesamtplan die Plangruppe für die statisch unbestimmte Rechnung eines Flügelteils enthalten. An sich ist es möglich, die gesamte statisch unbestimmte Rechnung in einem Plan zusammenzufassen, das ist aber unpraktisch, da man zu Korrekturzwecken jedesmal den ganzen Plan durchrechnen müßte. Man wird die *Plangruppe „Statisch unbestimmtes Stabwerk“* in folgende *Einzelpläne* einteilen:

1. Entwicklung der Maße und Bestimmung der Stabkomponenten,
2. Berechnung der Steifigkeiten,
3. Stabkräfte am bestimmten System als Funktion, der statisch Unbestimmten,
4. Aufstellung des Verschiebungsrasters,
5. Auflösung des Rasters,
6. Stabkräfte der äußeren Lasten am bestimmten System,
7. Verschiebungen infolge äußerer Lasten. (Hierzu und zu 4) kann der gleiche Plan verwandt werden, wenn man $\sum g_1, g_2, l$ jedesmal über alle Stäbe bildet, ohne Rücksicht darauf, daß ein Teil der Stabkräfte stets = Null ist.)
8. Berechnung der statisch unbestimmten,
9. Endgültige Stabkräfte,
10. Kontrolle.

Die in einem Plan auftretenden Größen kann man ihrem Charakter nach einteilen in:

1. Ausgangswerte,
2. Zwischenwerte,
3. Resultatwerte,
4. Kontrollwerte,
5. Constanten.

1. Die *Ausgangswerte* sind die Variablen der Rechnung, d.h. die Werte, die für den Rechenplan oder die Formel beliebig gewählt werden können und als deren Funktion die Resultatwerte erscheinen. (Maße, Kräfte und dergl.).
2. *Zwischenwerte* sind die im Verlauf der Rechnung auftretenden Zahlen, die nicht in anderen Plänen gebraucht werden, sie bleiben in der Maschine und kommen dem Bedienenden nicht zu Gesicht.
3. Die *Resultatwerte* sind die endgültig gesuchten Werte oder die, die man in anderen Rechnungen weiter verwerten will.

4. Die *Kontrollwerte* sind Werte, die bei richtiger Rechnung einen bestimmten Wert haben müssen (z.B. $\sum V = v$).
5. Constanten sind Werte, die unabhängig von der Variation der Ausgangswerte sind, z.B. in der Formel $\sigma_{red} = 0,35\sigma + 0,65\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$ die Werte

$0,35$
 $0,65$
 4
 $\frac{1}{2}$ (als Exponent)

Bei einer Plangruppe können wir von Ausgangs-, Zwischen- und Resultatwerten der ganzen Gruppe und der Einzelpläne sprechen. Die Resultatwerte des einen Einzelplans sind Ausgangswerte des andern und Zwischenwerte der ganzen Gruppe.

Bei der Aufstellung des Gesamtplans, also der Einteilung in Plangruppen und Einzelpläne ist es nötig, scharfe Disziplin in den Ausgangs- und Resultatwerte zu halten. Sie sind die Fäden, die die einzelnen Pläne miteinander verbinden. Ein bestimmter Einzelplan kann seine Ausgangswerte von verschiedenen anderen Plänen beziehen und seine Resultatwerte wieder an verschiedene andere Pläne weitergeben. Ausgangs- und Resultatwerte der Einzelpläne zerfallen also wieder in Gruppen (z.B. Maße, Anschlußkräfte).

Es ist darauf zu achten, daß in den einzelnen Wertgruppen die Werte stets in der gleichen Reihenfolge erscheinen. Eine Gruppe von Kräften, die in verschiedenen Plänen auftreten, muß in allen Plänen nach dem gleichen Schema geordnet sein, um ein Umordnen zu vermeiden. Die Beziehungen der Pläne untereinander müssen wie elektrische Stecker aneinander passen.

Rechenplan zur Ermittlung der Spannungen eines Trägerquerschnitts

(Die einfachen Zahlen bedeuten die Nummern der Werte, wirkliche Zahlen sind eingerahmt.)

Ausgangswerte :

1. Masche: 1,2,3,4,5,6

BILD

2. Kräfte: $N = 7$, $M_x = 8$, $M_y = 9$

Resultatswerte: F , I_x , I_y , W_{xo} , W_{xu} , W_{yo} , W_{yu} ,
 σ_{ol} , σ_{or} , σ_{ul} , σ_{ur}

Gang der Rechnung	Rechenplan	Bedeutung des Res.
Fläche:	$1 \cdot 5 = 10$	$F_1 = 10$
$F = 1 \cdot 5 + 2 \cdot 4 + 6 \cdot (3 - 4 - 5)$	$2 \cdot 4 = 11$	$F_2 = 11$

Schwerachse:

$$\eta = \frac{F_1 \cdot \boxed{2} + F_2 \cdot (3 - \boxed{2}) + F_3 \cdot (3 - \boxed{2})}{F}$$

Trägheitsmomente:

$$I_y = \frac{1^3 \cdot 5 + 2^3 \cdot 4 + 6^3 \cdot 12}{\boxed{12}}$$

$$I_y = \frac{5^3 \cdot 1 + 4^3 \cdot 2 + 12^3 \cdot 6}{\boxed{12}} + F_1 \cdot (15 - 16)^2 + F_2 \cdot (17 - 16)^2 + F_3 \cdot (19 - 16)^2$$

$$\begin{aligned} 3 - 4 &= 12 \\ 12 - 5 &= 12 \\ 12 \cdot 6 &= 13 & F_3 &= 13 \\ 10 + 11 &= 14 \\ 14 + 13 &= 14 & F &= 14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5 : \boxed{2} &= 10 & \eta_1 &= 10 \\ 15 \cdot 10 &= 16 \\ 4 : \boxed{2} &= 17 \\ 3 - 17 &= 17 & \eta_2 &= 17 \\ 17 \cdot 11 &= 18 \\ 12 : \boxed{2} &= 19 \\ 5 + 19 &= 19 & \eta_3 &= 19 \\ 19 \cdot 3 &= 20 \\ 16 + 18 &= 16 \\ 16 + 20 &= 16 \\ 16 : 14 &= 16 & \eta &= 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 \cdot 1 &= 18 \\ 18 \cdot 1 &= 18 \\ 18 \cdot 5 &= 18 \\ 2 \cdot 2 &= 20 \\ 20 \cdot 2 &= 20 \\ 20 \cdot 4 &= 20 \\ 6 \cdot 6 &= 21 \\ 21 \cdot 6 &= 21 \\ 21 \cdot 12 &= 21 \\ 18 + 20 &= 18 \\ 18 + 21 &= 18 \\ 18 : \boxed{12} &= 18 & I_y &= 18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5 \cdot 5 &= 20 \\ 20 \cdot 5 &= 20 \\ 20 \cdot 1 &= 20 \\ 4 \cdot 4 &= 21 \\ 21 \cdot 4 &= 21 \\ 21 \cdot 2 &= 21 \\ 12 \cdot 12 &= 22 \\ 22 \cdot 12 &= 22 \\ 22 \cdot 6 &= 22 \\ 20 + 21 &= 20 \end{aligned}$$

$$20 + 22 = 20$$

$$15 - 21 = 21$$

$$21 \cdot 21 = 21$$

$$21 \cdot 10 = 21$$

$$17 - 16 = 22$$

$$22 \cdot 22 = 22$$

$$22 \cdot 11 = 22$$

$$19 - 16 = 23$$

$$23 \cdot 23 = 23$$

$$23 \cdot 23 = 23$$

$$20 + 21 = 20$$

$$20 + 22 = 20$$

$$20 + 23 = 20$$

$$I_x = 20$$

Widerstandsmomente:

$$W_{xo} = \frac{I_x}{3-\eta}$$

$$W_{xu} = \frac{I_x}{\eta}$$

$$W_{yo} = \frac{I_y}{2} \cdot \boxed{2}$$

$$W_{yu} = \frac{I_y}{1} \cdot \boxed{2}$$

$$3 - 10 = 10$$

$$20 : 10 = 10$$

$$20 : 16 = 11$$

$$18 \cdot \boxed{2} = 12$$

$$12 : 2 = 13$$

$$12 : 1 = 14$$

$$W_{xo} = 10$$

$$W_{xu} = 11$$

$$W_{xo} = 13$$

$$W_{yu} = 14$$

Spannungen:

$$\sigma_N = \frac{N}{F} = \frac{7}{14}$$

$$\sigma_{M_{xo}} = -\frac{M_x}{W_{xo}} = -\frac{8}{10}$$

$$\sigma_{M_{xu}} = +\frac{M_x}{W_{xu}} = +\frac{8}{11}$$

$$\sigma_{M_{yo}} = \pm \frac{M_y}{W_{yo}} = \pm \frac{9}{13}$$

$$\sigma_{M_{yu}} = \pm \frac{M_y}{W_{yu}} = \pm \frac{9}{14}$$

$$7 : 14 = 15$$

$$8 : 10 = 17$$

$$8 : 11 = 19$$

$$9 : 13 = 21$$

$$9 : 14 = 22$$

$$15 - 17 = 17$$

$$17 + 21 = 23$$

$$17 - 21 = 21$$

$$15 + 19 = 19$$

$$19 + 22 = 24$$

$$19 - 22 = 22$$

$$\sigma_N = 15$$

$$\sigma_{M_{xo}} = -17$$

$$\sigma_{M_{xu}} = +19$$

$$\sigma_{M_{yo}} = \pm 21$$

$$\sigma_{M_{yu}} = \pm 22$$

$$\sigma_{ol} = 23$$

$$\sigma_{or} = 21$$

$$\sigma_{ul} = 24$$

$$\sigma_{ur} = 22$$

Verfahren zur selbsttätigen Durchführung von Rechnungen mit Hilfe von Rechenmaschinen

Vorliegendes Verfahren dient dem Zweck, häufig wiederkehrende Rechnungen beliebiger Länge und beliebigen Aufbaus, die sich aus elementaren Rechenoperationen zusammensetzen, mit Hilfe von Rechenmaschinen selbsttätig durchzuführen.

Voraussetzung für jede Art der auszuführenden Rechnung ist die Aufstellung eines Rechenplans, indem die aufeinanderfolgenden Rechenoperationen dem Charakter und der Reihe nach aufgezeichnet werden, und die im Verlauf der Rechnung auftretenden Zahlen fortlaufend numeriert oder nach einem anderen Schema geordnet werden, ohne sie zunächst der Größe nach zu bestimmen. Man geht von bestimmten „Ausgangswerten“ aus, die den Variablen einer Formel entsprechen, und leitet aus diesen durch bestimmte Operationen über eine Reihe von Zwischenwerten die Resultatwerte ab. Ist für eine bestimmte Aufgabe ein solcher Rechenplan einmal aufgestellt, so gilt er für sämtliche Variationen der Ausgangswerte.

Die Durchführung der zahlenmäßigen Rechnung ist eine rein mechanische Tätigkeit. Sie läßt sich von Rechenmaschinen nach folgendem Verfahren durchführen:

Man verbindet die Rechenvorrichtungen über ein Wählwerk mit einem Speicherwerk, das je Zelle eine Zahl aufnehmen kann. Das Wählwerk hat den Zweck, die erforderliche Speicherzelle mit der Rechenvorrichtung zu verbinden, um entweder die gespeicherte Zahl zu einer Rechenoperation zu verwenden, oder um in der Zelle eine Zahl zu speichern.

Das Speicherwerk dient zur Aufnahme der Ausgangswerte und der im Verlauf der Rechnung auftretenden Zahlen.

Man hält den Rechenplan in einer Form fest, die sich zur Steuerung der einzelnen Vorrichtungen eignet, beispielsweise auf einem Lochstreifen. Der Rechenplan wird nun abschnittsweise von der Maschine abgetastet und gibt für jede einzelne Rechenoperation folgende Angaben: Die Nummern der die Operanden enthaltenden Speicherzellen; die Grundrechnungsart, die Nummern der das Resultat speichernden Zelle. Die Angaben des Rechenplans lösen selbsttätig die erforderlichen Operationen aus.

Das Verfahren wird nachstehend an einem Beispiel erörtert.

Wir wollen den Rechenplan für eine dreistellige Determinante aufstellen.

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Wir haben 9 Ausgangswerte. Um nicht für die im Lauf der Rechnung auftretenden Zahlen dauernd neue Buchstabenbezeichnungen einführen zu müssen, werden die auftretenden Werte fortlaufend numeriert.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$$

Rechenplan (Entwurf)

Operation	1.)	$1 \cdot 5 = 10$	10.)	$18 \cdot 9 = 19$
	2.)	$10 \cdot 9 = 11$	11.)	$3 \cdot 5 = 20$
	3.)	$2 \cdot 6 = 12$	12.)	$20 \cdot 7 = 21$
	4.)	$12 \cdot 7 = 13$	13.)	$11 + 13 = 22$
	5.)	$3 \cdot 4 = 14$	14.)	$22 + 15 = 23$
	6.)	$14 \cdot 8 = 15$	15.)	$23 - 17 = 24$
	7.)	$1 \cdot 6 = 16$	16.)	$24 - 19 = 25$
	8.)	$16 \cdot 8 = 17$	17.)	$25 - 21 = 26$ = Resultat
	9.)	$2 \cdot 4 = 18$		

Es treten also im Verlauf der Rechnung 26 Zahlen auf. Hat das Speicherwerk genügend Zellen, so wäre es möglich, die Zahlen ihrer Nummer entsprechend auf 26 Zellen zu speichern. Man kommt aber mit weit weniger Zellen aus, da viele im Verlauf der Rechnung frei werden, weil ihre Zahlen nicht weiter gebraucht werden. Bei Rechenplänen, bei denen die Zahl der Operationen das Fassungsvermögen des Speicherwerks übersteigt, muß man die freigewordenen Zellen immer wieder einsetzen. Der maschinenfertige Rechenplan enthält dann für jede Operation vier Angaben:

Rechenplan einer dreistelligen Determinante:

Operat. Nr.	Nr. der Zelle für die Operanden		Art der Grundrechn.	Nr. der Zelle des Resultats	
	1	2			
1.)	1	5	Mult.	10	
2.)	10	9	Mult.	11	
3.)	2	6	Mult.	10	
4.)	10	7	Mult.	12	
5.)	3	4	Mult.	10	
6.)	10	8	Mult.	13	
7.)	1	6	Mult.	10	
8.)	10	8	Mult.	14	
9.)	2	4	Mult.	10	
10.)	10	9	Mult.	15	
11.)	3	5	Mult.	10	
12.)	10	7	Mult.	16	
13.)	11	12	Add.	10	
14.)	10	13	Add.	10	
15.)	10	14	Subtr.	10	
16.)	10	15	Subtr.	10	
17.)	10	16	Subtr.	10	= Resultat.

Bei Operationen mit nicht vertauschbaren Operanden, wie Subtraktion und Di-

vision, ist darauf zu achten, daß der Subtrahend bzw. Divisor in Spalte 2 steht. Zu diesen Angaben können Sonderangaben treten, wie beispielsweise solche, die das Sichtbarmachen, Drucken oder Lochen des Resultats bewirken.

Dieser Rechenplan wird auf einen Lochstreifen getippt. Die Vorgänge sind nun folgende: Die Ausgangswerte werden entweder mit Hand an der Zahleneinstellvorrichtung eingestellt, oder falls sie von einer anderen Rechnung her bereits in Lochstreifenform gegeben sind, wird dieser Streifen beim Abtaster eingesetzt, und die Zahlen in das Speicherwerk gegeben. Die Maschine stellt dabei selbsttätig die Zellen 1 – n ein. Darauf wird der Lochstreifen des eigentlichen Rechenplans eingesetzt, worauf die Maschine alles weitere selbsttätig erledigt. Die Resultatwerte können abgelesen, gedruckt oder gelocht werden.

Bei vielen Rechnungen treten Werte auf, die konstant sind und sich nicht mit der Variation der Ausgangswerte ändern. Um sie im Rechenplan von den Nummern unterscheiden zu können, werden sie eingerahmt. Der Lochstreifen des Rechenplans enthält ein Feld, das angibt, ob die nächste Angabe ein Befehl oder eine Zahl ist. Die Arten der auszuführenden Grundrechnungen sind Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division und Quadrat-Wurzelziehen.

Die Maschine rechnet mit einer Genauigkeit von etwa fünf Dezimalstellen. Diese Ziffernreihe kann jedoch relativ zum Komma beliebig eingesetzt werden. Für das Arbeiten der Maschine sei folgender Vergleich gebracht: Man kann auf einem Klavier nur eine Oktave mit einer Hand umfassen, deren Lage aber wechseln kann. Die Einstell- und Ablesewerke der Maschine haben 5 einstellbare Ziffern, relativ zu denen das Komma jedoch auf einem Bereich von etwa 25 Dezimalstellen eingestellt werden kann. Die Rechenvorrichtungen und die Lochstreifen umfassen Zahlen, deren Größenordnung sich über 80 Dezimalstellen verteilen. Man kann also mit Zahlen sehr großer und sehr kleiner Größenordnung rechnen. (Beispiel: Elastizitätsmodul Für Eisen $E = 2\,150\,000\text{ kg/cm}^2$, Wärmeausdehnungszahl $e = 0,000\,012$.)